UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-107-4-M-2-12-2017

CURSO:	**Matemática Intermedia 1**
SEMESTRE:	**Vacaciones de Diciembre**
CÓDIGO DEL CURSO:	**107**
TIPO DE EXAMEN:	**Examen Final**
FECHA DE REALIZACIÓN:	**25 de mayo de 2018**
RESOLVIÓ Y DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Rodolfo Guzmán Cermeño**

Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela Técnica CV Diciembre 2017

Departamento de Matemática
Matemática Intermedia 1
Examen Final

TEMARIO "A"

TEMA 1 (10 Pts.)
Indique si la sucesión converge o diverge.

$$a_n = \left(4 - \frac{3}{n}\right)^n$$

TEMA 2 (10 Pts.)
Resuelva

1. $\int e^{\sqrt{4x}}\, dx$
2. $\int \frac{x\, dx}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$

TEMA 3 (10 Pts.)
Encuentre un polinomio de Taylor de grado 4 para la función $f(x) = \sqrt{x}$ centrada en $a = 1$

TEMA 4 (15 Pts.)
Encuentre el área dentro del círculo $r = 2\ sen\ \theta$ y dentro del limacón $r = 1 - 2\ sen\ \theta$.

TEMA 5 (10 Pts.)
Encuentre el área del triángulo de terminado por los puntos (3, 1, 5), (-1, -2, 3) y (1, 2, 1).

TEMA 6 (10 Pts.)
Encuentre las ecuaciones paramétricas de la recta que contiene al punto P(-2,5,3) y es perpendicular al plano $-2x + 3y - z = 1$

TEMA 7 (10 Pts.)
Determine la ecuación del plano que contiene a las rectas $r(t) = \langle 1 + 3t, 1 - t, 2 + t\rangle$ y $r(t) = \langle 4 + 4s, 2s, 3 + s\rangle$

TEMA 8 (10 Pts.)
Identifique y grafique las superficies cuadráticas

a. $x^2 + y^2 - z^2 = 1$
b. $-x^2 + y^2 = z^2$
c. $-x^2 + y^2 - z^2 = 9$
d. $z = 2x^2 + 2y^2$

TEMA 9 (15 Pts.)
En un centro educativo se entregan tres tipos de insumos a sus colaboradores. El insumo A, B y C les permiten trabajar de manera eficiente. En el mes de septiembre se compraron 20, 40 y 50 cajas de los insumos A, B y C respectivamente por un valor de Q 70,000.00. En octubre se compraron 70, 20 y 50 cajas de insumo A, B y C respectivamente por un valor de Q 50,000.00. En octubre se compraron 40, 10 y 70 cajas de insumo A, B y C respectivamente por un valor de Q 82,500.00. ¿Qué precio tiene cada caja de insumo?

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Índice

Tema 1

TEMA 1 (10 Pts.)
Indique si la sucesión converge o diverge.

$$a_n = \left(4 - \frac{3}{n}\right)^n$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Calcular el límite L.	$L = \lim_{n\to\infty} a_n$
2.		$L = \lim_{n\to\infty} \left(4 - \frac{3}{n}\right)^n$
3.	Aplicar logaritmo natural.	$\ln L = \ln\left[\lim_{n\to\infty} \left(4 - \frac{3}{n}\right)^n\right]$
4.	La función de un límite es igual al límite de la función. Si la función es continua.	$\ln L = \lim_{n\to\infty} \left[\ln\left(4 - \frac{3}{n}\right)^n\right]$
5.	Aplicar leyes de logaritmos.	$\ln L = \lim_{n\to\infty} \left[n \cdot \ln\left(4 - \frac{3}{n}\right)\right]$
6.	Tiende a infinito.	$\ln L \to \infty$
7.	Si el logaritmo del límite tiende a infinito, el límite tiende a infinito.	$L \to \infty$
8.		$diverge$

La sucesión diverge.

Tema 2

TEMA 2 (10 Pts.)
Resuelva

1. $\int e^{\sqrt{4x}}\,dx$
2. $\int \frac{x\,dx}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$

1.

$$\int e^{\sqrt{4x}}\,dx$$

No.	Explicación	Operatoria
1.		$\int e^{\sqrt{4x}}\,dx$
2.	Reescribir.	$\int e^{2x^{1/2}}\,dx$
3.	Sustituir. $\boldsymbol{u = 2x^{1/2}}$ $du = x^{-1/2}dx$ $x^{1/2}du = dx$ $\boldsymbol{1/2\ u\,du = dx}$	$\int e^{(u)}(1/2\ u\ du)$
4.	Simplificar.	$\int \frac{1}{2}\,u\,e^{u}\,du$
5.	Integración por partes. $m = \frac{1}{2}u$; $dn = e^{u}du$ $dm = \frac{1}{2}du$; $n = e^{u}$	$\frac{1}{2}u \cdot e^{u} - \int e^{u} \cdot \frac{1}{2}du$

6.	Integrar.	$\frac{1}{2}\, u\, e^{u} - \frac{1}{2}\, e^{u} + \mathrm{C}$
7.	Regresar a variable original.	$\frac{1}{2}(2x^{1/2})e^{(2x^{1/2})} - \frac{1}{2}e^{(2x^{1/2})} + C$
8.	Simplificar.	$\frac{1}{2}e^{2\sqrt{x}}(2\sqrt{x} - 1) + C$

$$\int e^{\sqrt{4x}}\, dx = \boldsymbol{\frac{1}{2} e^{2\sqrt{x}}(2\sqrt{x} - 1) + C}$$

2.

$$\int \frac{\boldsymbol{x\, dx}}{(x^2 + \mathbf{1})^{\frac{3}{2}}}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.		$\int \frac{x\, dx}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$
2.	Sustituir. $u = x^2 + 1$; $du = 2xdx$	$\int \frac{1/2\, du}{(u)^{3/2}}$
3.	Simplificar.	$\int \frac{1}{2}\, u^{-3/2} du$
4.	Integrar.	$\frac{1}{2}\left[\left(-\frac{2}{1}\right)u^{-1/2}\right] + C$
5.	Simplificar.	$-\mathrm{u}^{-1/2} + C$
6.	Regresar a variable original.	$-(x^2+1)^{-\frac{1}{2}} + C$

$$\int \frac{x\,dx}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}} = -\boldsymbol{(x^2+1)^{-\frac{1}{2}} + C}$$

Tema 3

TEMA 3 (10 Pts.)
Encuentre un polinomio de Taylor de grado 4 para la función $f(x) = \sqrt{x}$ centrada en $a = 1$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Fórmula de un polinomio de Taylor.	$\mathrm{P_n}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$
2.	Identificar datos.	$n = 4$ $a = 1$ $f(x) = \sqrt{x}$
3.	Sustituir en fórmula.	$\mathrm{P_4}(x) = \sum_{k=0}^{4} \frac{f^{(k)}(1)}{k!}(x-1)^k$
3.	Tabular sumandos de la sumatoria.	(tabla siguiente)

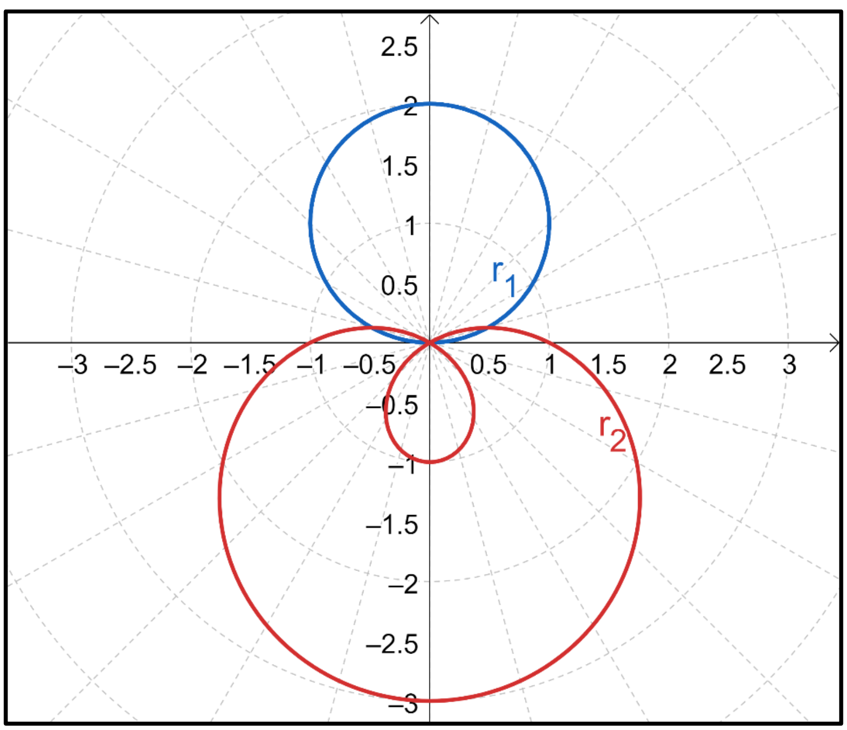
$\boldsymbol{k}$	$\boldsymbol{k}!$	$\boldsymbol{f^{(k)}(x)}$	$\boldsymbol{f^{(k)}(1)}$
0	1	$x^{1/2}$	1
1	1	$1/2\,x^{-1/2}$	$1/2$
2	2	$-1/4\,x^{-3/2}$	$-1/4$
3	6	$3/8\,x^{-5/2}$	$3/8$
4	24	$-15/16\,x^{-7/2}$	$-15/19$

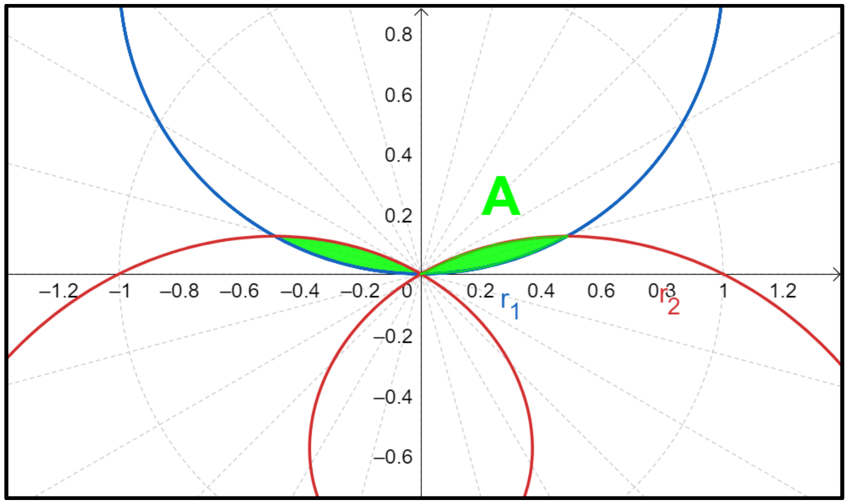
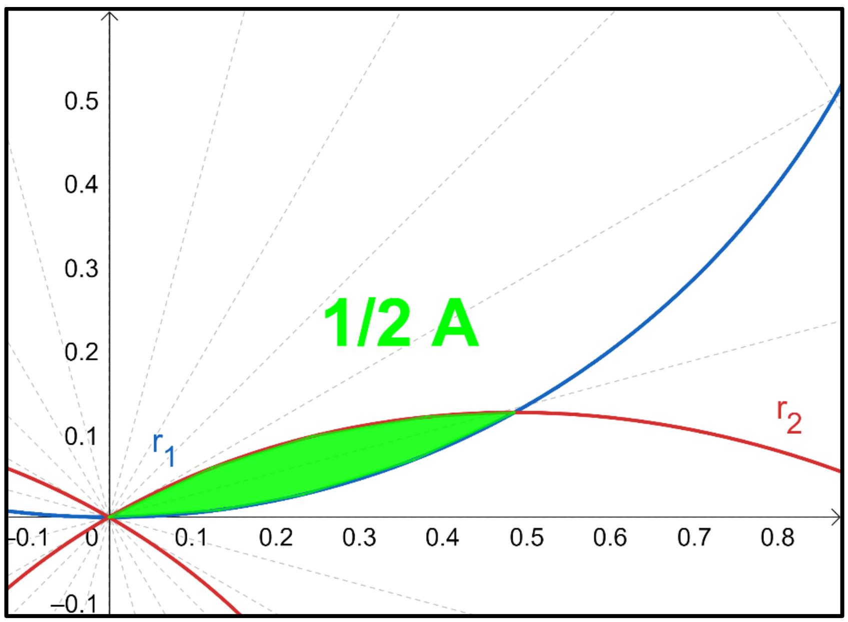
4.	Desarrollar sumatoria.	$P_4(x) = \frac{1}{1}(x-1)^0 + \frac{1/2}{1}(x-1)^1 + \frac{-1/4}{2}(x-1)^2 + \frac{3/8}{6}(x-1)^3 + \frac{-15/16}{24}(x-1)^4$
5.	Simplificar.	$P_4(x) = 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3 - \frac{5}{128}(x-1)^4$

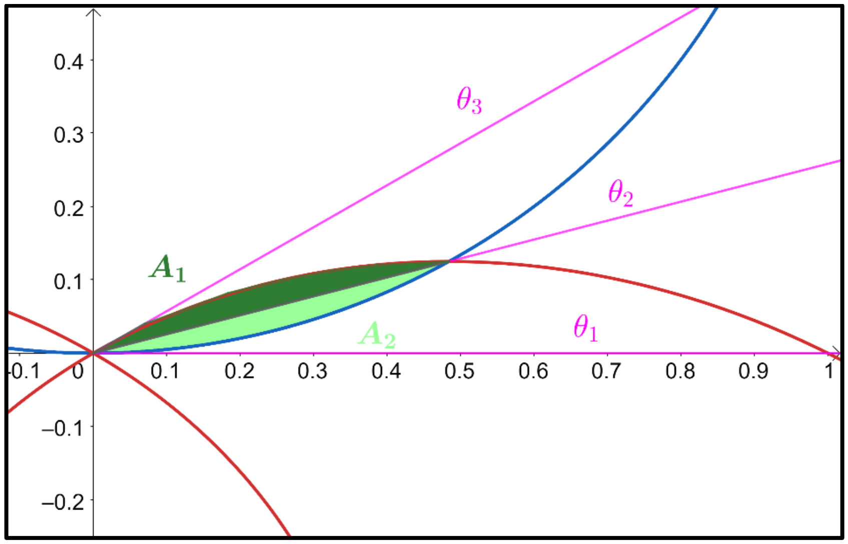
$$\boldsymbol{P_4(x) = 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3 - \frac{5}{128}(x-1)^4}$$

Tema 4

TEMA 4 (15 Pts.)
Encuentre el área dentro del círculo $r = 2\ sen\ \theta$ y dentro del limacón $r = 1 - 2\ sen\ \theta$.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Fórmula de área en polares.	$A = \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta} r^2 d\theta$
2.	Graficar.	

3.	Identificar área.	
3.	Por simetría, calcular sólo la mitad derecha del área y luego multiplicarla por dos.	

4.	Dividir área en dos.	
5.	Escribir una fórmula para cada área.	$A_1 = \int_{\theta_1}^{\theta_2} {r_1}^2 \, d\theta$ $A_2 = \int_{\theta_2}^{\theta_3} {r_2}^2 \, d\theta$
6.	Identificar funciones.	$r_1 = 2\sin\theta$ $r_2 = 1 - 2\sin\theta$
7.	Calcular primer límite de integración.	$r_1 = 0$ $2\sin\theta_1 = 0$ $\boldsymbol{\theta_1 = 0}$
8.	Calcular segundo límite de integración.	$r_2 = r_1$ $1 - 2\sin\theta_2 = 2\sin\theta_2$ $1 = 4\sin\theta_2$ $\theta_2 = \sin^{-1} 1/4$ $\boldsymbol{\theta_2 \approx 0.25}$
9.	Calcular tercer límite de integración.	$r_2 = 0$ $1 - 2\sin\theta_3 = 0$ $\theta_3 = \sin^{-1} 1/2$ $\boldsymbol{\theta_3 \approx 0.52}$

10.	Sustituir valores en fórmulas.	$A_1 = \int_0^{0.25} (2\sin\theta)^2\, d\theta$	$A_2 = \int_{0.25}^{0.52} (1 - 2\sin\theta)^2\, d\theta$
11.	Expandir.	$A_1 = \int_0^{0.25} 4\sin^2\theta\ \ d\theta$	$A_2 = \int_{0.25}^{0.52} (1 - 4\sin\theta + 4\sin^2\theta)\, d\theta$
12.	Sustituir con identidades trigonométricas.	$A_1 = \int_0^{0.25} (2 - 2\cos 2\theta)\, d\theta$	$A_2 = \int_{0.25}^{0.52} (1 - 4\sin\theta + 2 - 2\cos 2\theta)\, d\theta$
13.	Integrar.	$A_1 = [2\theta - \sin 2\theta]_0^{0.25}$	$A_2 = [\theta + 4\cos\theta + 2\theta - \sin\theta]_{0.25}^{0.52}$
14.	Valuar.	$A_1 = 0.02$	$A_2 = 0.15$
15.	Sumar áreas y aplicar simetría.	$A = 2(A_1 + A_2)$	
16.		$A = 2(0.02 + 0.15) = 0.34$	

$$\boldsymbol{\acute{A}rea = 0.34}$$

Tema 5

TEMA 5 (10 Pts.)
Encuentre el área del triángulo de terminado por los puntos (3, 1, 5), (-1, -2, 3) y (1, 2, 1).

No.	Explicación	Operatoria
1.	Fórmula del área de un triángulo.	$Área = \frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{altura}$
2.	Nombrar puntos.	$P_1 = (3\,,1\,,5)$ $P_2 = (-1\ \,,-2\,,3)$ $P_3 = (1\,,2\,,1)$
3.	Calcular distancia entre dos de los puntos.	$D_{12} = \sqrt{\left(3-(-1)\right)^2 + \left(1-(-2)\right)^2 + (5-3)^2} \approx 5.385$
4.	La medida de la base es igual a esa distancia.	$\text{base} = D_{12} \approx 5.385$
5.	Identificar dos vectores que salgan de uno de los extremos de la base.	$\vec{V}_{12} = \langle -1-3, -2-1, 3-5 \rangle = \langle -4, -3, -2 \rangle$ $\vec{V}_{13} = \langle 1-3, 2-1, 1-5 \rangle = \langle -2, 1, -4 \rangle$
6.	Calcular su producto punto.	$\vec{V}_{12} \cdot \vec{V}_{13} = (-4)(-2) + (-3)(1) + (-2)(-4) = 13$
7.	Calcular su magnitud.	$\vec{V}_{12} = D_{12} \approx 5.385$ $\vec{V}_{13} = \sqrt{(-2)^2 + (1)^2 + (-4)^2} \approx 4.58$

8.	Calcular el ángulo entre los vectores usando la fórmula del producto punto.	$\boxed{\vec{V}_{12} \cdot \vec{V}_{13} = \lvert\vec{V}_{12}\rvert\lvert\vec{V}_{13}\rvert \cos\theta_{213}}$ $\boldsymbol{\theta_{213}} = \cos^{-1}\left[\frac{\vec{V}_{12} \cdot \vec{V}_{13}}{\lvert\vec{V}_{12}\rvert\lvert\vec{V}_{13}\rvert}\right] \approx \cos^{-1}\left[\frac{(13)}{(5.385)(4.58)}\right] \approx \mathbf{58.2}°$
9.	La altura es igual a la componente de $\vec{V}_{13}$ perpendicular a $\vec{V}_{12}$.	$\text{altura} = \lvert\vec{V}_{13}\rvert \sin\theta_{213}$
10.	Sustituir valores.	$\text{altura} \approx (4.58)\sin 58.2° \approx 3.89$
11.	Fórmula del área.	$Área = \frac{1}{2} \cdot base \cdot altura$
12.	Sustituir valores.	$Área = \frac{1}{2} \cdot 5.385 \cdot 3.89 \approx 10.47$

$$\boxed{\boldsymbol{Área} = \mathbf{10.47}}$$

Tema 6

TEMA 6 (10 Pts.)
Encuentre las ecuaciones paramétricas de la recta que contiene al punto P(-2,5,3) y es perpendicular al plano $-2x + 3y - z = 1$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Forma general de las ecuaciones paramétricas de una recta.	$Recta = \begin{cases} x = a\,t + x_0 \\ y = b\,t + y_0 \\ z = c\,t + z_0 \end{cases}$
2.	Las constantes son iguales a las componentes de cualquier punto sobre la recta.	$(x_0, y_0, z_0) = P = (-2\,,5\,,3)$
3.	Identificar vector normal al plano.	$-2x + 3y - z = 1$ — Ecuación del Plano $\vec{n} =< -2\,,3\,,-1 >$
4.	Calcular vector unitario.	$\hat{n} = \frac{\vec{n}}{\lvert\vec{n}\rvert} = \frac{< -2\,,3\,,-1 >}{\sqrt{(-2)^2 + (3)^2 + (-1)^2}} \approx < -0.53\,,0.8\,,-0.27 >$
5.	Los términos dependientes son iguales a las componentes de cualquier vector unitario sobre la recta.	$< a\,,b\,,c > = \hat{n} = < -0.53\,,0.8\,,-0.27 >$
6.	Sustituir valores en ecuaciones.	$Recta = \begin{cases} x = (-0.53)\,t + (-2) \\ y = (0.8)\,t + (5) \\ z = (-0.27)\,t + (3) \end{cases}$

$$\mathbf{Recta} = \begin{cases} \mathbf{x = -0.53\,t - 2} \\ \mathbf{y = 0.8\,t + 5} \\ \mathbf{z = -0.27\,t + 3} \end{cases}$$

Tema 7

TEMA 7 (10 Pts.)
Determine la ecuación del plano que contiene a las rectas $r(t) = \langle 1 + 3t, 1 - t, 2 + t\rangle$ y $r(t) = \langle 4 + 4s, 2s, 3 + s\rangle$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Identificar rectas.	$r_1(t) = \langle 1 + 3t, 1 - t, 2 + t\rangle$ $r_2(t) = \langle 4 + 4s, 2s, 3 + s\rangle$
2.	Identificar vectores directores.	$\vec{r_1} = \langle 3, -1, 1\rangle$ $\vec{r_2} = \langle 4, 2, 1\rangle$
3.	Calcular producto cruz.	$\vec{r_1} \times \vec{r_2} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} & \hat{\imath} & \hat{\jmath} \\ 3 & -1 & 1 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ $\vec{r_1} \times \vec{r_2} = (-\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 6\hat{k}) - (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 4\hat{k})$ $\vec{r_1} \times \vec{r_2} = -3\hat{\imath} + 1\hat{\jmath} + 10\hat{k}$ $\vec{r_1} \times \vec{r_2} = \langle -3, 1, 10\rangle$
4.	Ecuación general de un plano.	$Ax + By + Cz = D$
5.	Los términos dependientes de la ecuación forman el vector normal.	$\vec{n} = \langle A, B, C\rangle$
6.	El producto cruz de las rectas es un vector normal al plano.	$\vec{r_1} \times \vec{r_2} = \langle -3, 1, 10\rangle = \vec{n}$
7.	Sustituir en ecuación.	$-3x + y + 10z = D$
8.	Tomar un punto de una recta.	$r_1(0) = (1, 1, 2)$

9.	Valuar en ecuación del plano.	$-3(1)+(1)+10(2)=D$
10.	Resolver para D	$D=16$
11.	Sustituir en ecuación del plano.	$-3x+y+10z=(16)$

$$\mathbf{-3x+y+10z=16}$$

Tema 8

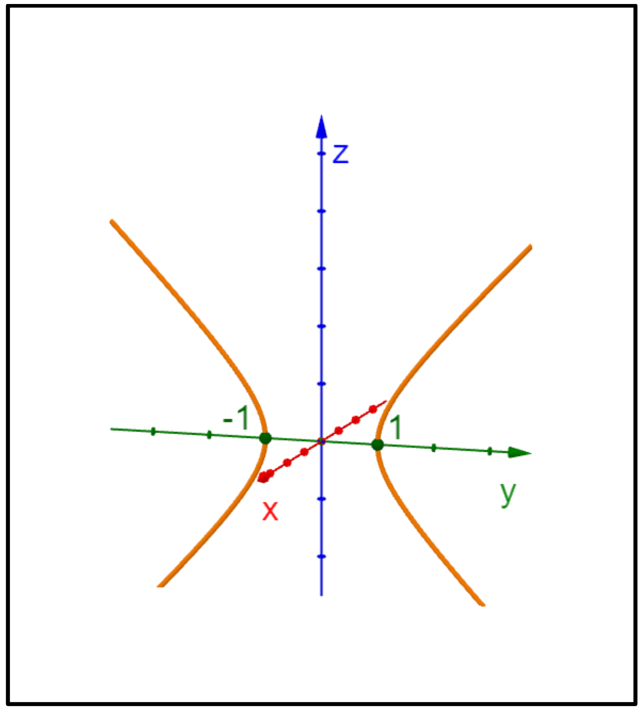
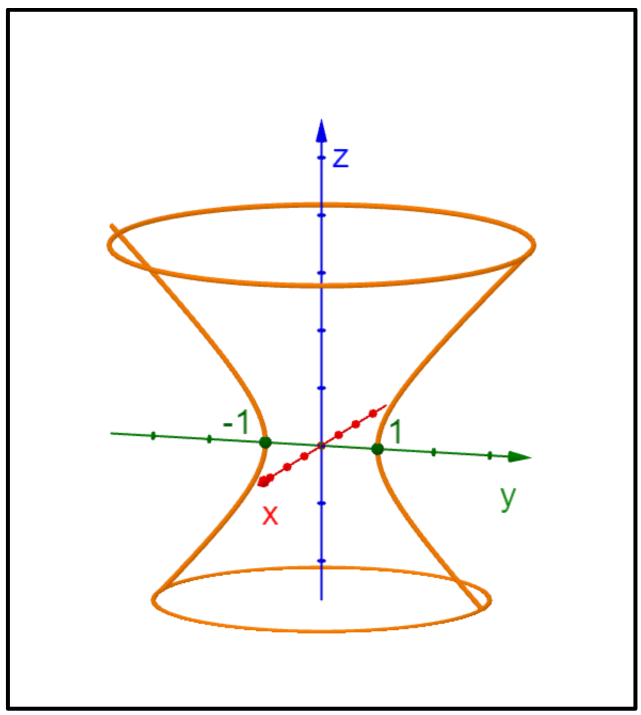
TEMA 8 (10 Pts.)
Identifique y grafique las superficies cuadráticas

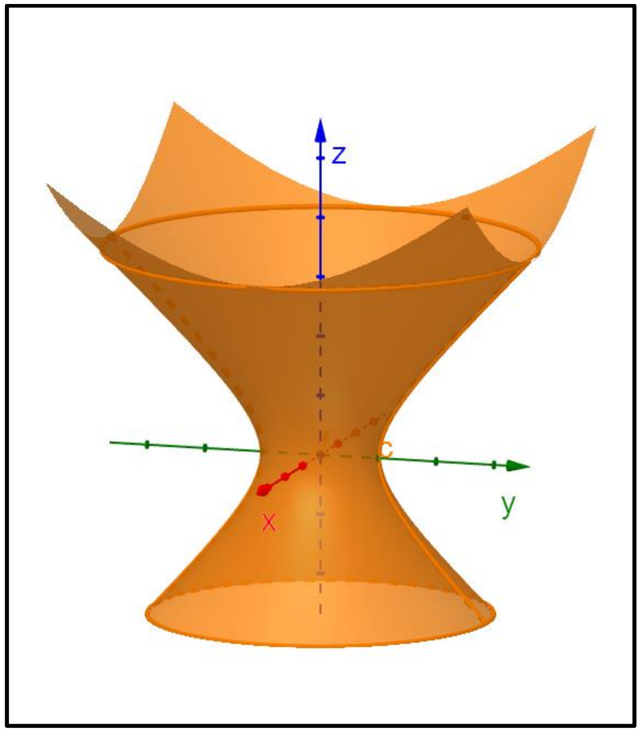
a. $x^2 + y^2 - z^2 = 1$
b. $-x^2 + y^2 = z^2$
c. $-x^2 + y^2 - z^2 = 9$
d. $z = 2x^2 + 2y^2$

Inciso a.

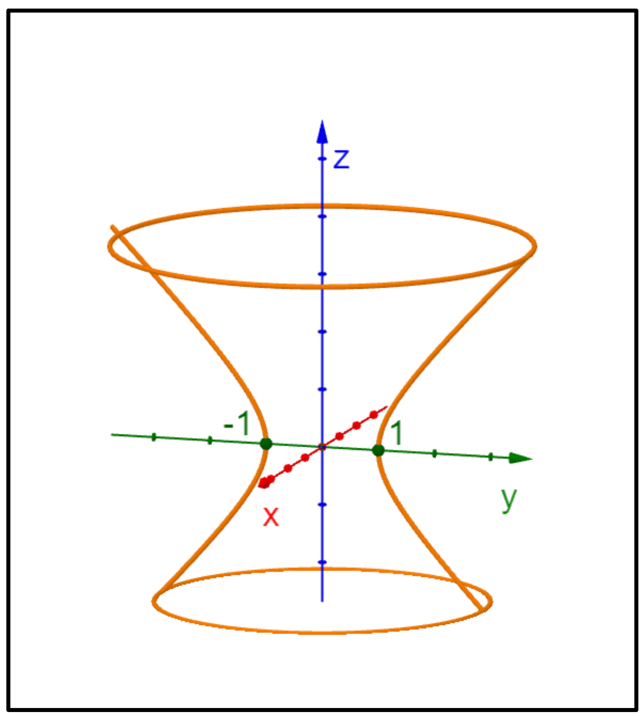
$$x^2 + y^2 - z^2 = 1$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Analizar plano $y\|z$	Si | $x = 0$ | entonces | $y^2 - z^2 = 1$ | Hipérbola en y
2.	Analizar plano $x\|z$	Si | $y = 0$ | entonces | $x^2 - z^2 = 1$ | Hipérbola en x
3.	Analizar secciones perpendiculares a z	Si | $z = cte$ | entonces | $x^2 + y^2 = cte$ | Circunferencias
4.	Identificar superficie. Un hiperboloide está formado por hipérbolas que comparten un semieje. Cuando comparten el semieje imaginario, se le llama *de una hoja*.	Es un **hiperboloide de una hoja**.

4.	Graficar una hipérbola.	
5.	Graficar circunferencias.	

6.	En un software para graficar se verá así.	

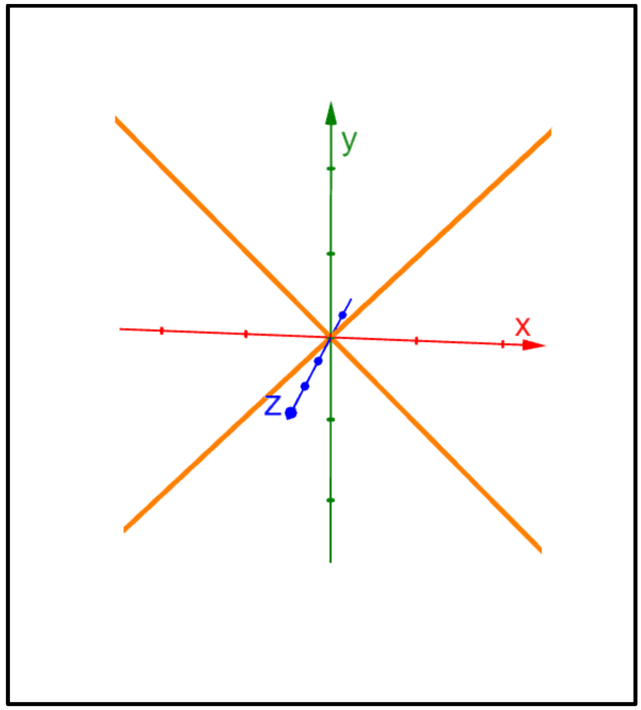
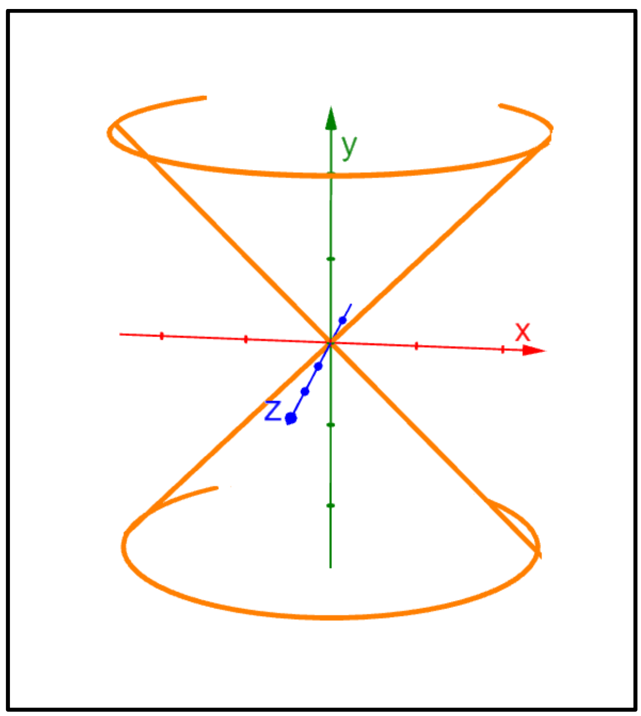
Hiperboloide de una hoja

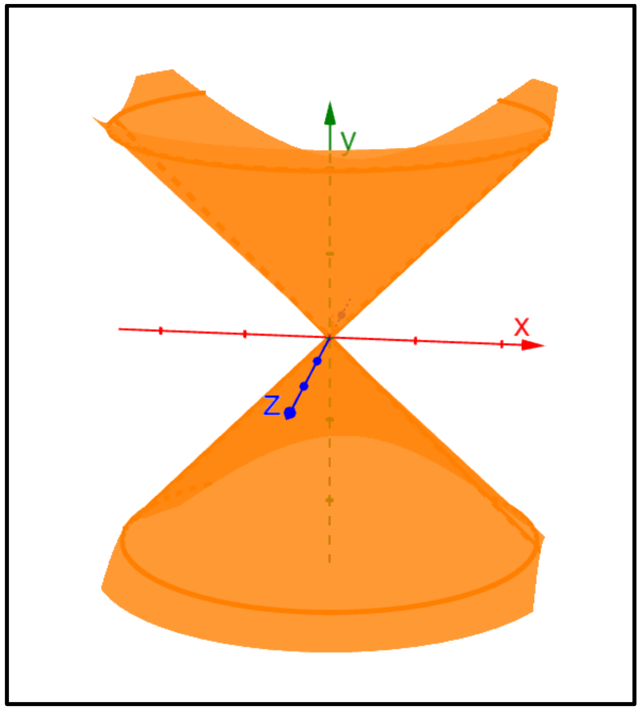


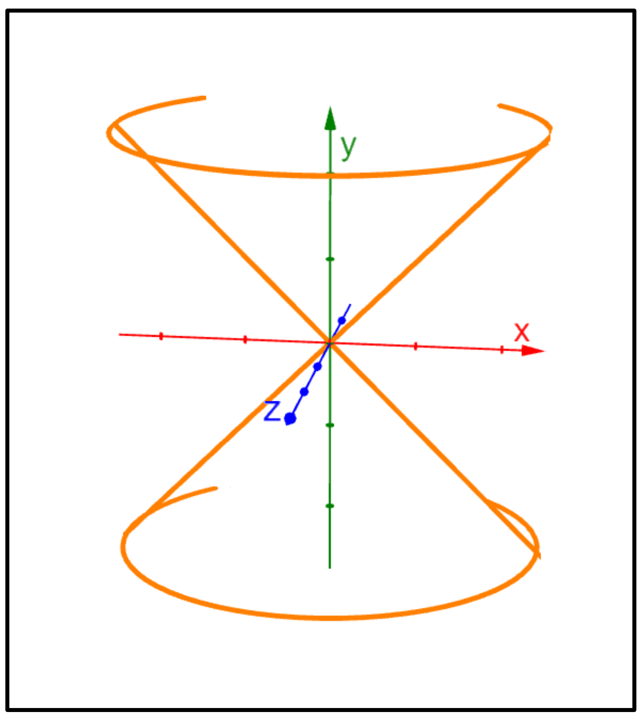
Inciso b.

$$-x^2 + y^2 = z^2$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Reescribir ecuación para facilitar el análisis.	$-x^2 + y^2 = z^2$ $-x^2 - z^2 = -y^2$ $\boldsymbol{x^2 + z^2 = y^2}$
2.	Analizar plano x|y	Si | $z = 0$ | entonces | $x^2 = y^2 \rightarrow \begin{cases} x = y \\ -x = y \end{cases}$ | Dos rectas simétricas
3.	Analizar plano y|z	Si | $x = 0$ | entonces | $z^2 = y^2 \rightarrow \begin{cases} z = y \\ -z = y \end{cases}$ | Dos rectas simétricas
4.	Analizar secciones perpendiculares a y	Si | $y = cte$ | entonces | $x^2 + z^2 = cte$ | Circunferencias
5.	Identificar superficie. Un cono circular está formado por circunferencias con centro en el mismo eje y dibujadas sobre rectas simétricas.	Es un **cono circular**.

6.	Graficar rectas.	
7.	Graficar circunferencias.	

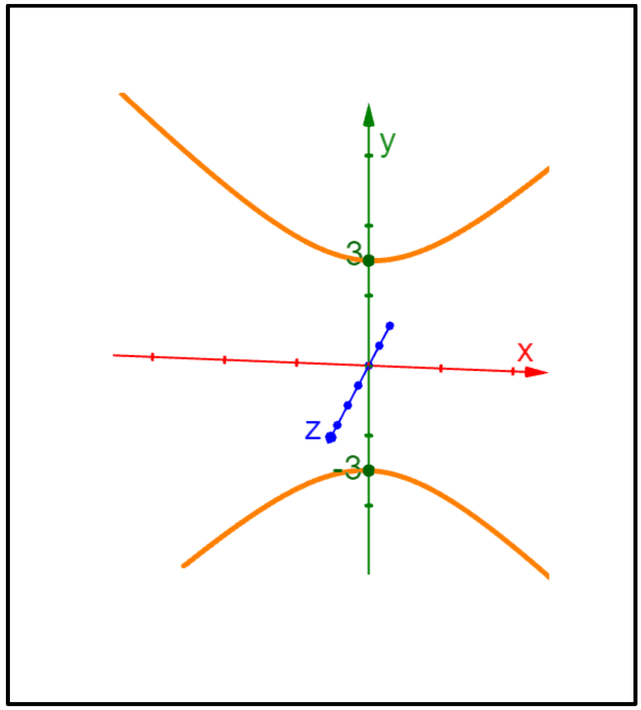
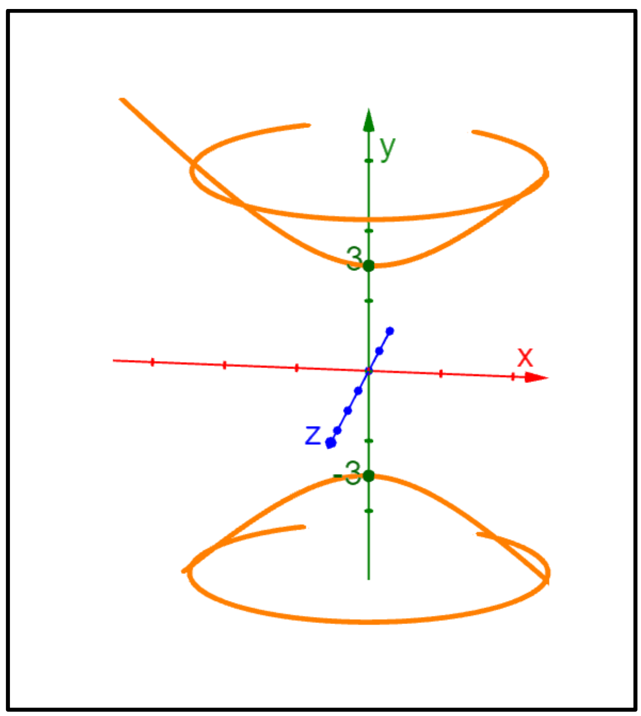
8.	En un sistema de cómputo se ve así.	

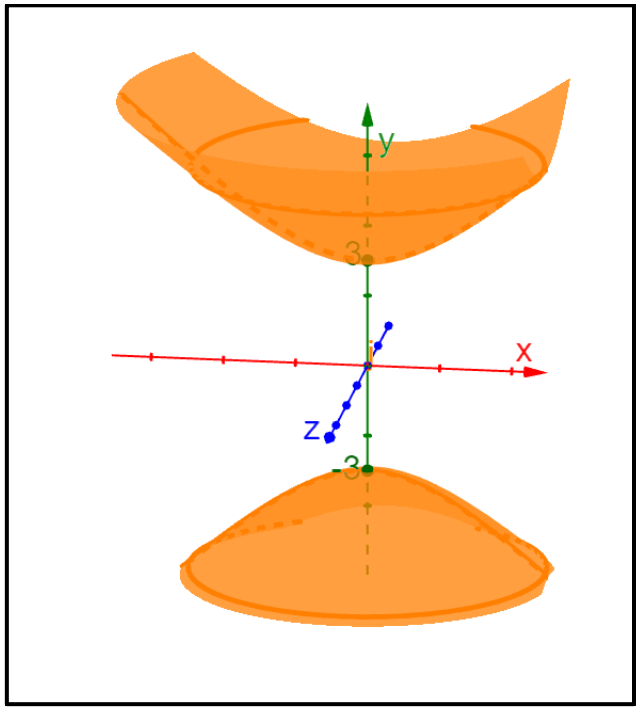
Cono Circular	

Inciso c.

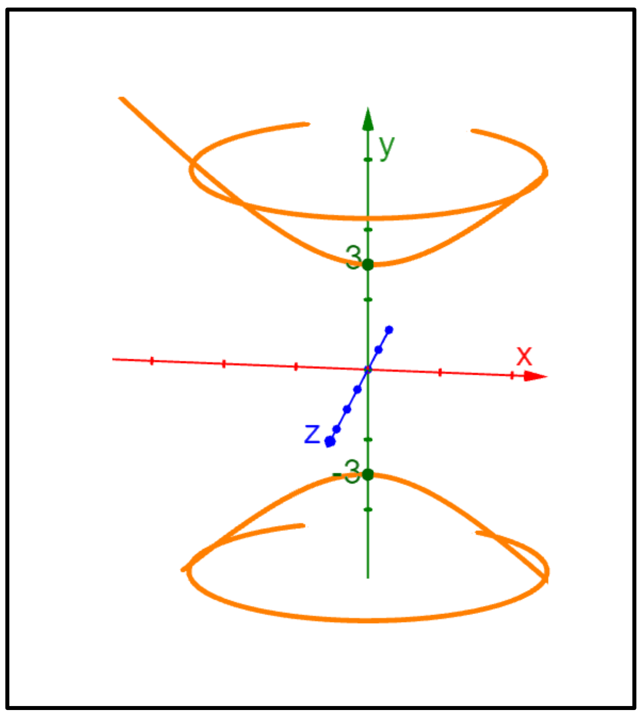
$$-x^2 + y^2 - z^2 = 9$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Reescribir ecuación para facilitar el análisis.	$-x^2 + y^2 - z^2 = 9$ $y^2 - x^2 - z^2 = 9$ $\boldsymbol{\frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{3^2} - \frac{z^2}{3^2} = 1}$
2.	Analizar plano x|y	Si | $z = 0$ | entonces | $\frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{3^2} = 1$ | Hipérbola en y
3.	Analizar plano y|z	Si | $x = 0$ | entonces | $\frac{y^2}{3^2} - \frac{z^2}{3^2} = 1$ | Hipérbola en y
4.	Analizar secciones perpendiculares a y	Si | $y = cte$ | entonces | $x^2 + z^2 = cte$ | Circunferencias
5.	Identificar superficie. Un hiperboloide está formado por hipérbolas que comparten un semieje. Cuando comparten el semieje imaginario, se le llama *de dos hojas*.	Es un **hiperboloide de dos hojas**.

6.	Graficar hipérbola.	
7.	Graficar circunferencias.	

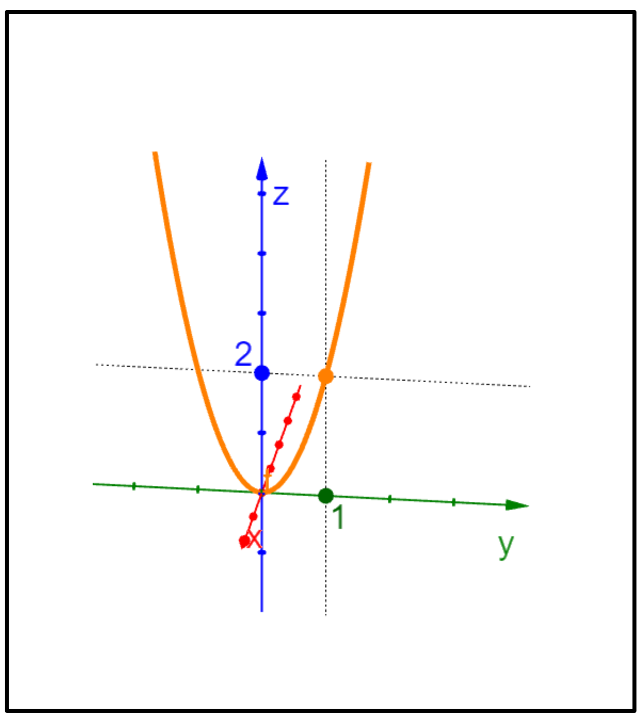
8.	En un sistema de cómputo se ve así.	

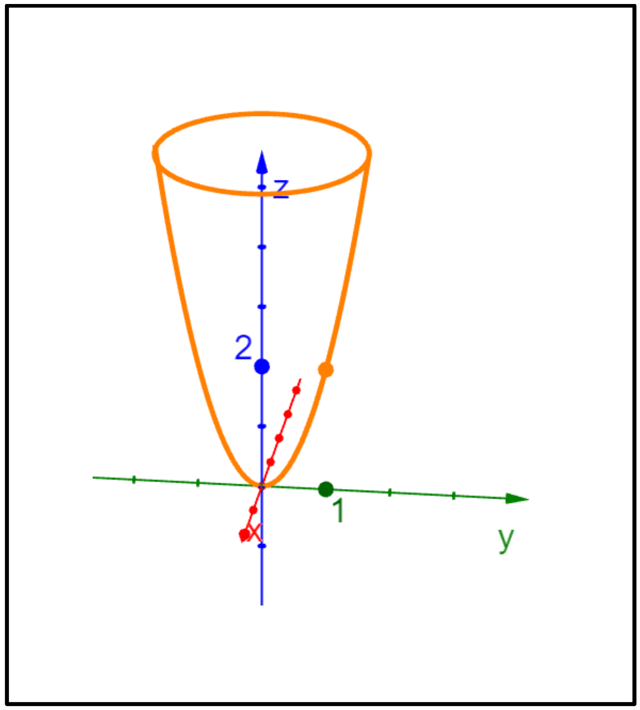
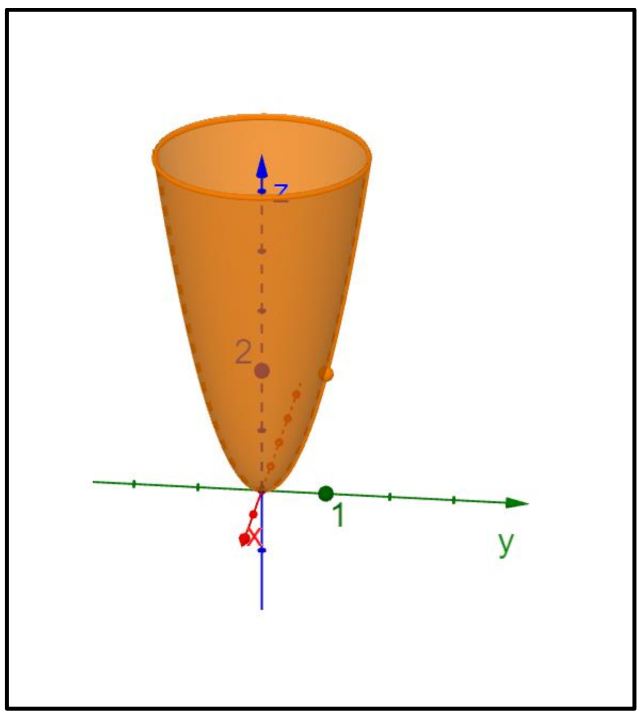
Hiperboloide de Dos Hojas



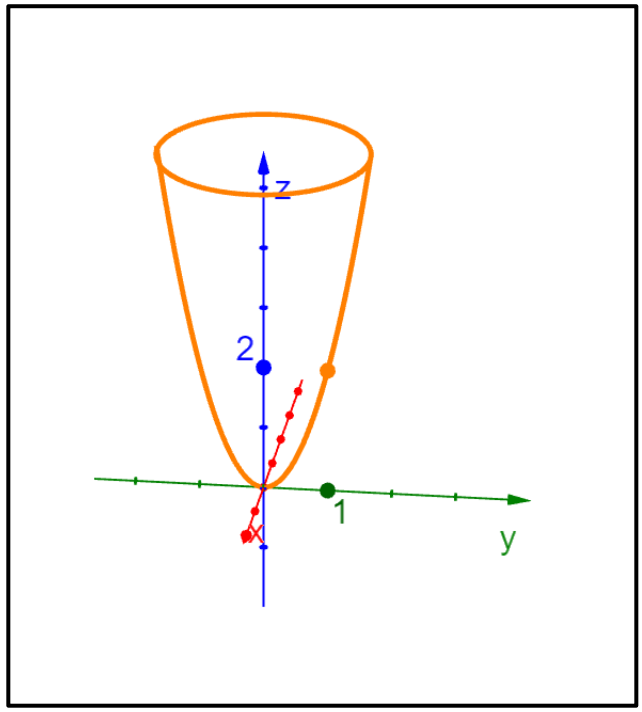
Inciso d.

$$z = 2x^2 + 2y^2$$

<table>
<tr><th>No.</th><th>Explicación</th><th colspan="5">Operatoria</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Analizar plano y|z</td><td>Si</td><td>$x = 0$</td><td>entonces</td><td>$z = 2y^2$</td><td>Parábola</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Analizar plano x|z</td><td>Si</td><td>$y = 0$</td><td>entonces</td><td>$z = 2x^2$</td><td>Parábola</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Analizar secciones perpendiculares a z</td><td>Si</td><td>$z = cte$</td><td>entonces</td><td>$cte = x^2 + z^2$</td><td>Circunferencias</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Identificar superficie.
Un paraboloide circular está formado por circunferencias que comparten el mismo eje y están limitadas por parábolas.</td><td colspan="5">Es un paraboloide circular.</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>Graficar parábola.</td><td colspan="5">
</td></tr>
</table>

7.	Graficar circunferencias.	
8.	En un sistema de cómputo se ve así.	

Paraboloide Circular



Tema 9

TEMA 9 (15 Pts.)
En un centro educativo se entregan tres tipos de insumos a sus colaboradores. El insumo A, B y C les permiten trabajar de manera eficiente. En el mes de septiembre se compraron 20, 40 y 50 cajas de los insumos A, B y C respectivamente por un valor de Q 70,000.00. En octubre se compraron 70, 20 y 50 cajas de insumo A, B y C respectivamente por un valor de Q 50,000.00. En octubre se compraron 40, 10 y 70 cajas de insumo A, B y C respectivamente por un valor de Q 82,500.00. ¿Qué precio tiene cada caja de insumo?

No.	Explicación	Operatoria
1.	Identificar variables.	$P_A = precio\ del\ insumo\ A$ $P_B = precio\ del\ insumo\ B$ $P_C = precio\ del\ insumo\ C$
2.	Identificar ecuaciones.	Primera compra: $20P_A + 40P_B + 50P_C = 70{,}000$ Segunda compra: $70P_A + 20P_B + 50P_C = 50{,}000$ Tercera Compra: $40P_A + 10P_B + 70P_C = 82{,}500$
3.	Escribir en forma matricial.	$\left[\begin{array}{ccc\|c} 20 & 40 & 50 & 70000 \\ 70 & 20 & 50 & 50000 \\ 40 & 10 & 70 & 82500 \end{array}\right]$
4.	$\div\ 10$	$\left[\begin{array}{ccc\|c} 2 & 4 & 5 & 7000 \\ 7 & 2 & 5 & 5000 \\ 4 & 1 & 7 & 8250 \end{array}\right]$
5.	$1/2\ F_1$	$\left[\begin{array}{ccc\|c} 1 & 2 & 2.5 & 3500 \\ 7 & 2 & 5 & 5000 \\ 4 & 1 & 7 & 8250 \end{array}\right]$
6.	$F_2 - 7\ F_1$ $F_3 - 4\ F_1$	$\left[\begin{array}{ccc\|c} 1 & 2 & 2.5 & 3500 \\ 0 & -12 & -12.5 & -19500 \\ 0 & -7 & -3 & -5750 \end{array}\right]$

7.	$-1/12\ F_1$	$\left[\begin{array}{ccc\|c} 1 & 2 & 2.5 & 3500 \\ 0 & 1 & 1.04 & 1625 \\ 0 & -7 & -3 & -5750 \end{array}\right]$
8.	$F_1 - 2\,F_2$ $F_3 + 7\,F_2$	$\left[\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & 0.41 & 250 \\ 0 & 1 & 1.04 & 1625 \\ 0 & 0 & 4.29 & 5625 \end{array}\right]$
9.	$1/4.29\ F_1$	$\left[\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & 0.42 & 250 \\ 0 & 1 & 1.04 & 1625 \\ 0 & 0 & 1 & 1310 \end{array}\right]$
10.	$F_1 - 0.42\,F_3$ $F_2 - 1.04\,F_3$	$\left[\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & 0 & -296 \\ 0 & 1 & 0 & 260 \\ 0 & 0 & 1 & 1311 \end{array}\right]$
11.	Escribir en forma algebraica.	$P_A = -296$ $P_B = 260$ $P_C = 1311$
12.	Analizar.	El sistema no tiene solución.

No existe una combinación de precios posible.

$\sim\sim Fin\ de\ la\ Clave \sim\sim$