UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-107-4-M-2-00-2017

CURSO:	**Matemática Intermedia 1**
SEMESTRE:	**Primero**
CÓDIGO DEL CURSO:	**107**
TIPO DE EXAMEN:	**Examen Final**
FECHA DE EXAMEN:	**8 de Noviembre del 2017**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Melvin Saúl Calel Otzoy**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Melvin Saúl Calel Otzoy**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

Universidad de San Carlos de Guatemala — **Departamento de Matemática**
Facultad de Ingeniería — **Matemática Intermedia 1**

EXAMEN FINAL

TEMA No.1 (15 Puntos)

Dado el sistema:

$$\begin{aligned} x + y - z &= 0 \\ x - y - z &= -4 \\ x + y \quad &= 3 \end{aligned}$$

a) Determine si la matriz de coeficientes tiene inversa usando cofactores.

b) Encuentre A^{-1} usando matriz identidad como $(A \mid I) \rightarrow (I \mid A^{-1})$.

c) Resuelva el sistema usando la inversa.

TEMA No.2 (15 Puntos)

Evalúe

A) $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-4}}$ B) $\displaystyle\int \tan^{-1}\sqrt{x}\,dx$

TEMA No.3 (15 Puntos)

Dadas las curvas: $r = 3 - 3\cos\theta$ & $r = 3\cos\theta$

a) Haga la gráfica de ambas curvas y calcule los puntos de intersección
b) Plantee la o las integrales que calculen el área interna en ambas curvas (***que no incluya el área de intersección***)
c) Longitud del arco que limita la región común (ó área de intersección) en ambas curvas polares.

TEMA No.4 (15Puntos)

A) Dadas la ecuaciones paramétricas

$x(t) = \cos^2(3t) \qquad y(t) = sen^2(3t)$

i) Obtenga la ecuación cartesiana (2 puntos)

ii) La grafica con su dirección para $\frac{\pi}{6} \le t \le \frac{\pi}{3}$ (4 puntos)

iii) Plantee la integral que calcule el área generada al girar el segmento respecto del eje y. (***en paramétricas***) (4 puntos)

B) Obtenga una parametrización $x^2 + y^2 - 6y = 7$ con dirección a favor de las agujas.(5 puntos)

TEMA No.5 (15 Puntos)

A) Dada la sucesión de términos:

$$\frac{1}{3}, \frac{4}{9}, \frac{9}{19}, \frac{16}{33}, , , , , \{a_n\}$$

i) Obtenga n-ésimo termino a_n
ii) Determine si la sucesión converge
iii) Dibuje gráfica y cotas (9 puntos)

B) Determine:
i) Centro
ii) Radio
iii) Intervalo de convergencia abierto

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n} (x+1)^n$$ (6 puntos)

TEMA No.6 (13 Puntos)

A) Obtenga la distancia perpendicular desde el origen hasta el plano que contiene los puntos P(7,0,-1), Q(1,3,-1), R(-1,1,1) y W(0,2,0) (8 puntos)

B) Determine si la recta $x = 1 - 5t$; $y = t$; $z = 2 + t$ corta el plano $x + 2y + 3z = 7$ en un punto? , Es paralela al plano y no lo corta?, O está contenida en el plano? (5 puntos)

TEMA No.7 (12 Puntos)

Identifique y obtenga la gráfica de las superficies en R3. (3 puntos c/u)

i) $r^2 + z^2 = 9$

ii) $r = \dfrac{1}{3 - 2sen\theta}$

iii) $\rho^2 sen^2\phi = 4$ (para z >0)

iv) $y^2 - x^2 - z^2 = 1$

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Tema 1: 15 Puntos

Dado el sistema:

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & - & z & = & 0 \\ x & - & y & - & z & = & -4 \\ x & + & y & & & = & 3 \end{array}$$

a) Determine si la matriz de coeficientes tiene inversa usando cofactores.

b) Encuentre A^{-1} usando matriz identidad como $(A \mid I) \rightarrow (I \mid A^{-1})$.

c) Resuelva el sistema usando la inversa.

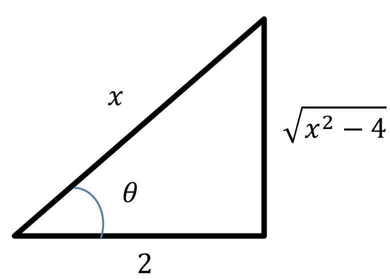
No.	Explicación	Operatoria
1.	Se encuentra el determinante de la matriz A para determinar si la matriz tiene inversa.	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\det A = C_{11} + C_{12} + C_{13}$ $\det A = (-1)^{1+1} * \big((-1*0) - (1*-1)\big) + (-1)^{1+2} * \big((1*0) - (1*-1)\big) + (-1)^{1+3} * ((1*1) - (1*-1))$ $\det A = -2$ $\det A \neq 0, La\ matriz\ tiene\ inversa$
2.	Por medio de eliminación gaussiana, se encuentra la matriz inversa de A.	$(A\|I) = \left(\begin{array}{ccc\|ccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{ccc\|ccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ f_2 \to f_1 - f_2 \\ f_3 \to f_3 - f_1 \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc\|ccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} f_1 \to f_1 + f_3 \\ f_2 \to f_2/2 \\ \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc\|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} f_1 \to f_1 - f_2 \\ \\ \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc\|ccc} 1 & 0 & 0 & -1/2 & 1/2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3.	Se encuentra la solución del sistema con la inversa.	$x = A^{-1} * B$ $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-2+3 \\ 0+2+0 \\ 0+0+3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Tema No. 2: 15 puntos

Evalúe:

a. $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-4}}$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se evalúa la integral como un límite, ya que tiene una discontinuidad en $x = 2$	$\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-4}} = \lim_{k\to 2^+} \int_k^3 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-4}} + \lim_{p\to +\infty} \int_3^p \frac{dx}{x\sqrt{x^2-4}}$
2.	Se plantea la sustitución trigonométrica para resolver las integrales	 $2\sec\theta = x \to 2\sec\theta\tan\theta = dx$ $2\tan\theta = \sqrt{x^2-4}$
3.	Se resuelve la integral en base a las sustituciones planteadas	$\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-4}} = \int \frac{2\sec\theta\tan\theta d\theta}{2\sec\theta * 2\tan\theta} = \int d\theta = \theta$ $\displaystyle = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2-4}}{2}\right)$ $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-4}} = \lim_{k\to 2^+}\left[\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2-4}}{2}\right)\right]\Big\vert_k^3$ $\displaystyle + \lim_{p\to\infty}\left[\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2-4}}{2}\right)\right]\Big\vert_3^p +$ $\displaystyle = \lim_{k\to 2^+}\left[\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{9-4}}{2}\right) - \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{k^2-4}}{2}\right)\right]$ $\displaystyle + \lim_{p\to\infty}\left[\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{p^2-4}}{2}\right) - \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{9-4}}{2}\right)\right]$

		$= \frac{1}{2}\left[\tan^{-1}\frac{\sqrt{5}}{2} - 0 + \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{\sqrt{5}}{2}\right]$ $\int_{2}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-4}} = \frac{\pi}{4}$

Evalúe:

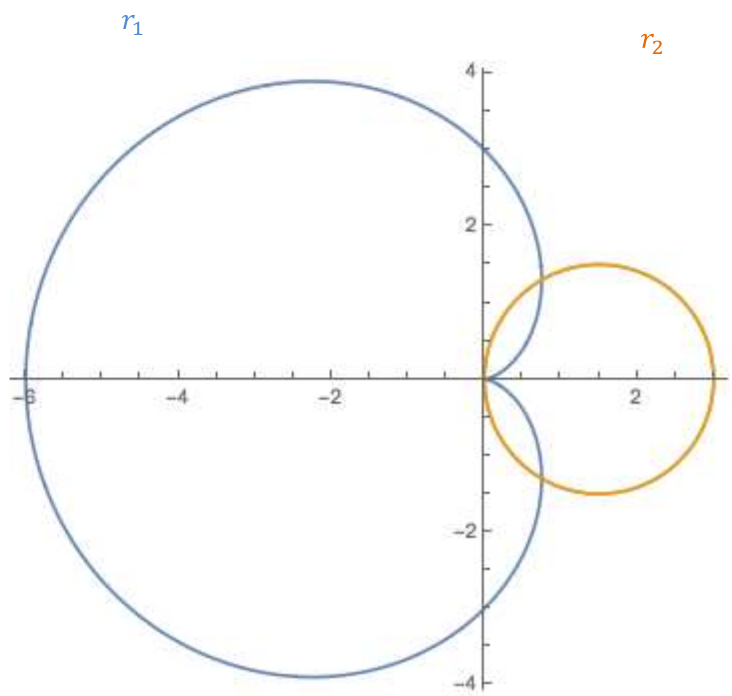
b. $\int \tan^{-1}\sqrt{x}dx$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se realizan las sustituciones necesarias para resolver la integral	$Si\ x = z^2$ $dx = 2z\,dz$ $\int \tan^{-1}\sqrt{x}\,dx = \int \tan^{-1}\sqrt{z^2}\,2z\,dz$ $Si\ u = \tan^{-1} z \to du = \frac{dz}{z^2+1}$ $dv = z\,dz \to v = \frac{z^2}{2}$
2.	Se resuelve la integral con las sustituciones planteadas	$\int z\tan^{-1} z\,dz = 2\left[\frac{z^2}{2}\tan^{-1} z - \frac{1}{2}\int \frac{z^2}{z^2+1}\right]dz$ $\frac{z^2}{z^2+1} 1 - \frac{1}{z^2+1}$ $\int z\tan^{-1} z\,dz = 2\left[\frac{z^2}{2}\tan^{-1} z - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{z^2+1}\right)\right]dz$ $= 2\left[\frac{z^2}{2}\tan^{-1} z - \frac{1}{2}z + \frac{1}{2}\tan^{-1} z\right]$ $= z^2\tan^{-1} z - z + \tan^{-1} z$ $\int \tan^{-1}\sqrt{x}\,dx = x\tan^{-1}\sqrt{x} - \sqrt{x} + \tan^{-1}\sqrt{x} + c$

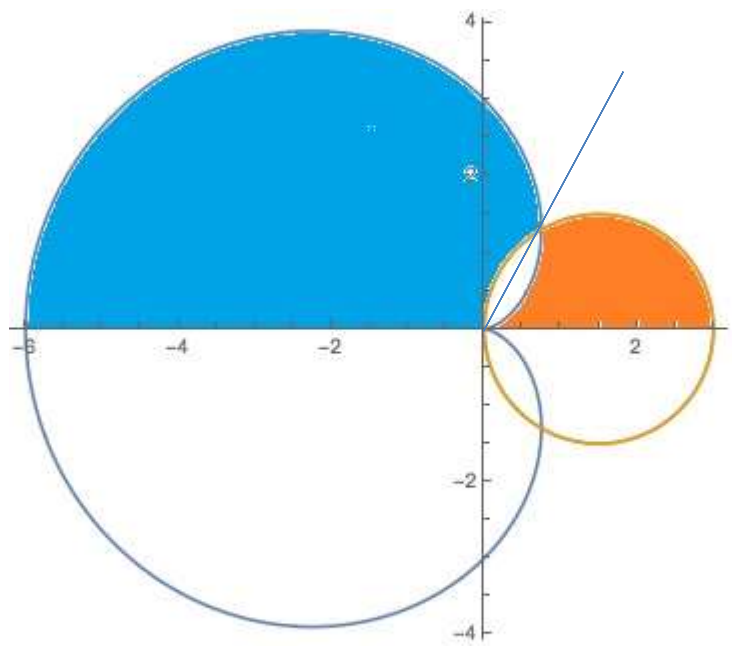
Tema No. 3: 15 puntos

Dadas las curvas: $r = 3 - 3\cos\theta$ & $r = 3\cos\theta$

a. Haga la gráfica de ambas curvas y calcule los puntos de intersección

<table>
<tr><th>No.</th><th>Explicación</th><th>Operatoria</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Se grafican las curvas en el plano polar
$r_1 = 3 - 3\cos\theta$
$r_2 = 3\cos\theta$
<table>
<tr><th>θ</th><th>r_1</th><th>r_2</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>3</td></tr>
<tr><td>$\pi/3$</td><td>$3/2$</td><td>$3/2$</td></tr>
<tr><td>$2\pi/3$</td><td>$9/2$</td><td>$-3/2$</td></tr>
<tr><td>π</td><td>6</td><td>-3</td></tr>
<tr><td>$4\pi/3$</td><td>$9/2$</td><td>$-3/2$</td></tr>
<tr><td>$5\pi/3$</td><td>$3/2$</td><td>$3/2$</td></tr>
<tr><td>2π</td><td>0</td><td>3</td></tr>
</table></td><td>$Gráfica:$

</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Se igualan las ecuaciones de las curvas para determinar los puntos de intersección</td><td>$$r_1 = r_2$$ $$3 - 3\cos\theta = 3\cos\theta$$ $$3 = 6\cos\theta$$ $$\frac{1}{2} = \cos\theta$$ $$\theta = \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}$$ $$r_1(\pi/3) = 3 - 3\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$$ $$r_1(-\pi/3) = 3 - 3\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$$ $Puntos:$ $$\left(\frac{3}{2}, \frac{\pi}{3}\right)$$ $$\left(\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{3}\right)$$</td></tr>
</table>

b. Plantee la o las integrales que calculen el área interna en ambas curvas (***que no incluya el área de intersección***)

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se aplica la definición del área para calcular el área requerida $$A = \frac{1}{2}\int_a^b r(\theta)^2\, d\theta$$ Dos veces el área sombreada de la figura es la que corresponde a los requerimientos planteados	
2.	Se plantean las integrales que calculan el área interna de ambas curvas, sin incluir el área de intersección	$$A = 2\left[\frac{1}{2}\int_{\pi/3}^{\pi}(3-3\cos\theta)^2 d\theta - \frac{1}{2}\int_{\pi/3}^{\pi/2}(3\cos\theta)^2\right] + 2\left[\frac{1}{2}\int_0^{\pi/3}(3\cos\theta)^2 d\theta - \frac{1}{2}\int_0^{\pi/3}(3-3\cos\theta)^2 d\theta\right]$$

c. Longitud del arco que limita la región común (ó área de intersección) en ambas curvas polares.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se aplica la definición de longitud de arco: $$L = \int_a^b \sqrt{r(\theta)^2 + r'(\theta)^2}\, d\theta$$ Se plantean las integrales que calculan la longitud de arco del área en común a ambas curvas	$$r_1'(\theta) = 3\sin\theta$$ $$r_2'(\theta) = -3\sin\theta$$ $$A = 2\left[\int_0^{\pi/3}\sqrt{(3-3\cos\theta)^2 + (3\sin\theta)^2}\, d\theta + \int_{\pi/3}^{\pi/2}\sqrt{(3\cos\theta)^2 + (-3\sin\theta)^2}\, d\theta\right]$$

Tema No. 4: 20 puntos

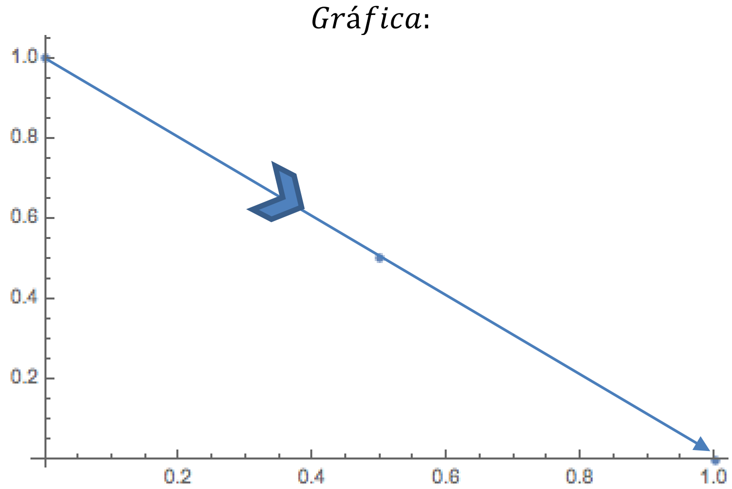
A) Dadas la ecuaciones paramétricas

$$x(t) = \cos^2(3t) \qquad y(t) = sen^2(3t)$$

i) Obtenga la ecuación cartesiana (2 puntos)

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se realizan los arreglos necesarios para obtener la ecuación cartesiana a partir de las ecuaciones paramétricas	$x(t) = cos^2(3t)$ $y(t) = sin^2(3t)$ $y(t) = 1 - cos^2(t)$ $Ecuación:$ $y = 1 - x$

ii) La grafica con su dirección para $\frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{3}$ (4 puntos)

<table>
<tr><th>No.</th><th>Explicación</th><th>Operatoria</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Se evalúan las funciones paramétricas en el intervalo dado para determinar su dirección
<table>
<tr><th>t</th><th>$x(t)$</th><th>$y(t)$</th></tr>
<tr><td>$\pi/6$</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$\pi/4$</td><td>0.5</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>$\pi/3$</td><td>1</td><td>0</td></tr>
</table>
</td><td>$Gráfica:$


</td></tr>
</table>

iii) Plantee la integral que calcule el área generada al girar el segmento respecto del eje y. (***en paramétricas***) (4 puntos)

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se aplica la definición del área de revolución para las ecuaciones paramétricas dadas y el intervalo definido	$A = 2\pi \int_a^b x\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}\, dt$ $x'(t) = 2(\cos 3t)(-\sin 3t)\,(3)$ $y'(t) = 2\,(\sin 3t)(\cos 3t)(3)$ A $= 2\pi \int_{\pi/3}^{\pi/6} cos^2 3t\sqrt{(2(\cos 3t)(-\sin 3t)\,(3))^2 + (2\,(\sin 3t)(\cos 3t)(3))^2}dt$

B) Obtenga una parametrización $x^2 + y^2 - 6y = 7$ con dirección a favor de las agujas.(5 puntos)

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se hacen los arreglos necesarios a la expresión para determinar las parametrizaciones.	$Completando\ cuadrados:$ $x^2 + y^2 - 6y + 9 = 7 + 9$ $x^2 + (y-3)^2 = 16$ $\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y-3}{4}\right)^2 = 1$ $Si\ \rightarrow cos^2 t + sin^2 t = 1$ $\cos t = \frac{x}{4} \rightarrow x = 4\cos t$ $\sin t = \frac{y-3}{4} \rightarrow y = 4\sin t + 3$ $Ecuaciones\ Paramétricas:$ $x = 4\cos t$ $y = 4\sin t + 3$

Tema No. 5: 15 puntos

A) Dada la sucesión de términos:

$$\frac{1}{3}, \frac{4}{9}, \frac{9}{19}, \frac{16}{33}, , , , , \{a_n\}$$

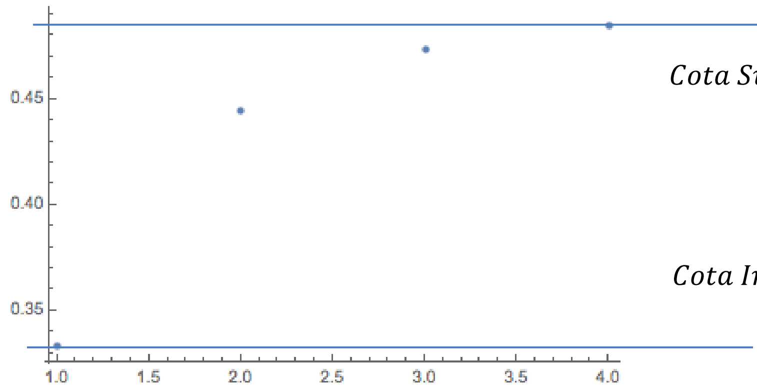
i) Obtenga n-ésimo termino a_n

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se plantea el n-ésimo término en base al comportamiento de los términos de la sucesion	$S_n = \frac{n^2}{2n^2+1}$

ii) Determine si la sucesión converge

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se determinan las cotas superior e inferior para determinar la covnergencia de la suceción	$Cota\ Inferior\ \rightarrow a_1 = \frac{1}{3}$ $Cota\ Superior:$ $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{2n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{2n^2+1} * \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2+0} = \frac{1}{2}$ $La\ serie\ está\ acotada \rightarrow Converge$

iii) Dibuje gráfica y cotas (9 puntos)

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se grafican los puntos y las cotas de la sucesión	 $Cota\ Superior \to \frac{1}{2}$ $Cota\ Inferior \to \frac{1}{3}$

B) Determine:

i) Centro
ii) Radio
iii) Intervalo de convergencia abierto (6 puntos)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n}\,(x+1)^n$$

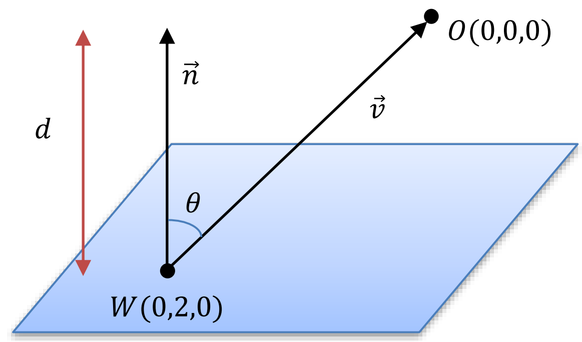
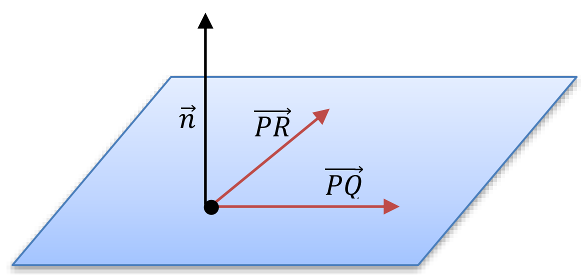
No.	Explicación	Operatoria
1.	Se aplica la prueba de la razón a la sumatoria para determinar los parámetros requeridos $\lim_{n\to\infty}\left\lvert\frac{a_{n+1}}{a_n}\right\rvert$	$\lim_{n\to\infty}\left\lvert\frac{a_{n+1}}{a_n}\right\rvert = \lim_{n\to\infty}\left\lvert\frac{\frac{(x+1)^{n+1}}{n+1}}{\frac{(x+1)^n}{n}}\right\rvert = \lim_{n\to\infty}\left\lvert\frac{(x+1)^n(x+1)*n}{(x+1)^n(n+1)}\right\rvert$ $= \lim_{n\to\infty}\left\lvert(x+1)\frac{n}{n+1}\right\rvert = \lvert x+1\rvert \lim_{n\to\infty} 1$ $Converge\ si \to \lvert x+1\rvert < 1$ $-1 < x+1 < 1$ $-1-1 < x < 1-1$ $-2 < x < 0$ $Centro \to a = 1$ $Radio \to 1$ $Intervalo\ de\ Convergencia \to (-2,0)$

Tema No. 6: 13 puntos

A) Obtenga la distancia perpendicular desde el origen hasta el plano que contiene los puntos P(7,0,-1), Q(1,3,-1), R(-1,1,1) y W(0,2,0) (8 puntos)

<table>
<tr><th>No.</th><th>Explicación</th><th>Operatoria</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Se plantea el esquema en base a la información dada para determinar la distancia requerida

El vector $\vec{n}$ es el vector normal del plano

El vector $\vec{v}$ es el vector que va desde el punto W hasta el orígen.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Se encuentra el vector normal del plano y el vector $\vec{v}$</td><td>

$$\overrightarrow{PQ} = \langle 1-7, 3-0, -1+1\rangle \rightarrow \overrightarrow{PQ} = \langle -6, 3, 0\rangle$$
$$\overrightarrow{PR} = \langle -1-7, 1-0, 1+1\rangle \rightarrow \overrightarrow{PR} = \langle -8, 1, 2\rangle$$
$$\vec{n} = \overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR}$$
$$\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -6 & 3 & 0 \\ -8 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-1)^2(6-0)i + (-1)^3(-12-0) + (-1)^4(-6+24)$$
$$\vec{n} = \langle 6, 12, 18\rangle$$
$$\vec{v} = \langle 0-0, 0-2, 0-2\rangle \rightarrow \vec{v} = \langle 0, -2, 0\rangle$$</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Se encuentra la expresión para calcular la distancia requerida, en base al esquema planteado

Se calcula la distancia</td><td>

$$d = |Proy_{\vec{n}}\vec{v}|$$
$$Proy_{\vec{v}}\vec{n} = \frac{\vec{n}\cdot\vec{v}}{|\vec{n}|^2}\vec{n}$$
$$d = \frac{|\vec{v}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{|\langle 1,2,3\rangle \cdot \langle 0,-2,0\rangle|}{\sqrt{1+4+9}} = \frac{|0-4+0|}{\sqrt{14}}$$
$$d = \frac{4}{\sqrt{14}}u$$</td></tr>
</table>

B) Determine si la recta $x=1-5t$; $y=t$; $z=2+t$ corta el plano $x+2y+3z=7$ en un punto? Es paralela al plano y no lo corta?, O está contenida en el plano? (5 puntos)

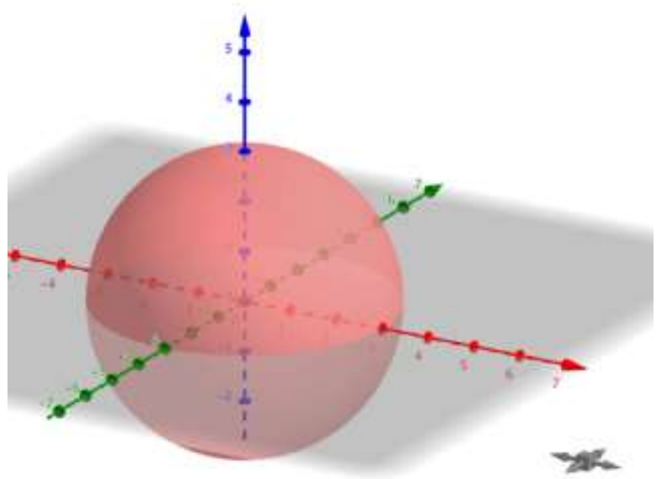
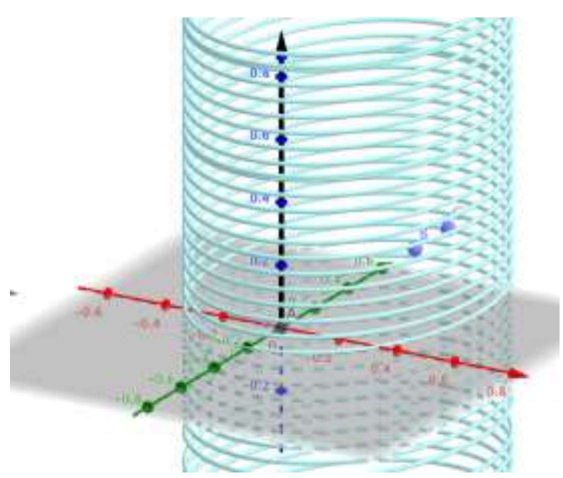
No.	Explicación	Operatoria
1.	Se sustituyen las ecuaciones paramétricas en el plano para determinar el comportamiento de la recta con el plano	$x = 1 - 5t$ $y = t$ $z = 2 + t$ $x + 2y + 3z = 7$ $(1 - 5t) + 2(t) + 3(2 + t) = 7$ $1 - 5t + 2t + 6 + 3t = 7$ $7 = 7$ $La\ recta\ pertenece\ al\ plano$

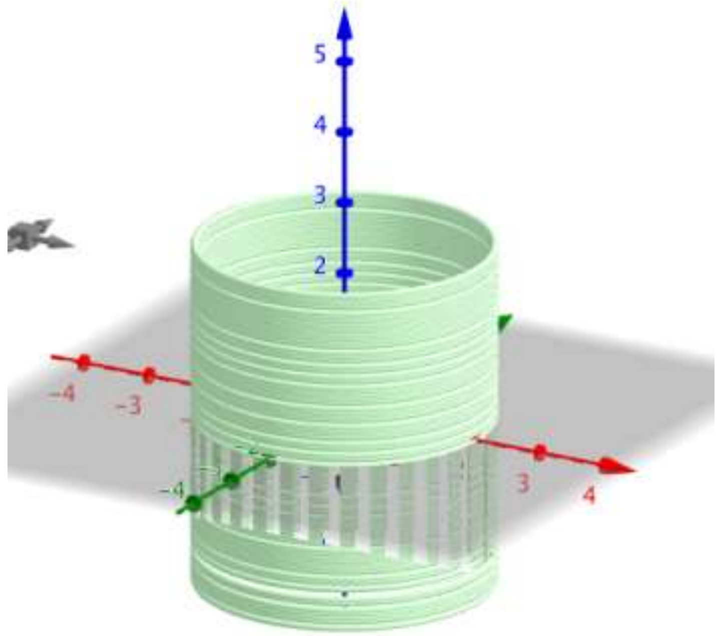
Tema No. 7: 12 puntos

Identifique y obtenga la gráfica de las superficies en R3. (3 puntos c/u)

i) $r^2+z^2=9$ ii) $r=\dfrac{1}{3-2sen\theta}$

iii) $\rho^2 sen^2\phi=4$ (para z >0) iv) $y^2-x^2-z^2=1$

No.	Explicación	Operatoria
1.	$r^2 + z^2 = 9$ $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ $Esfera$	$Gráfica$: 
2.	$r = \dfrac{1}{3 - 2\sin\theta}$ $r = \dfrac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{2}{3}\sin\theta}$ $Cilindo\ Elíptico$	$Gráfica$: 

3.	$\rho^2 sin^2\theta = 4$ $\rho^2 \frac{r^2}{\rho^2} = 4$ $r = 4$ *Cilindro Circular*	*Gráfica*: 
4.	$y^2 - x^2 - z^2 = 1$ *Hiperboloide Elíptico de dos hojas*	*Gráfica*: