

Ejercicios sobre continuidad

En los ejercicios 1 a 16 analice la continuidad de la función en el número dado, determine si la discontinuidad es removible o no removible. Si la discontinuidad es removible, redefina la función para que se continúe en todo número.

1. $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3}$, $a = -3$

2. $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 3}$, $a = -3$

3. $f(x) = \frac{x}{x + 2}$, $a = -2$

4. $f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 9}$, $a = 3$

5. $f(x) = \frac{4 - x^2}{x^4 - 16}$, $a = 2$

6. $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^3 - 2x^2 - 11x + 12}$, $c = 2$

7. $f(x) = \frac{x}{3 - \sqrt{x + 9}}$, $c = 0$

8. $f(x) = \frac{\sqrt[3]{1 + x} - 1}{x}$, $c = 0$

9. $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} - 3}{x - 27}$, $c = 27$

10. $f(x) = \frac{x + 5}{5 - |x|}$, $c = -5$

11. $f(x) = \frac{x + 4}{|x + 1| - 3}$, $c = -4$

12. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x + 2} & \text{si } x \neq -2 \\ 2 & \text{si } x = -2 \end{cases}$, $a = 2$

13. $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$, $c = 0$

14. $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x < 2 \\ 4 - x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

15. $f(x) = \begin{cases} (x - 2)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2 - x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$, $a = 1$

16. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \end{cases}$, $c = 0$

En los ejercicios 17 a 22 utilice la definición de continuidad en un intervalo para establecer si la función es continua en el intervalo dado.

17. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x + 2}}$, $[-2, \infty)$

18. $f(x) = \frac{1}{x^3 - 8}$, $(-\infty, \infty)$

19. $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$, $[-2, 2]$

20. $f(x) = |x - 5|$, $(-\infty, \infty)$

21. $f(x) = \frac{x}{|x - 5|}$, $[5, +\infty)$

22. $f(x) = \begin{cases} 3x - \sqrt{x} & \text{si } x \leq 1 \\ x\sqrt{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$, $[1, +\infty)$

En los ejercicios 23 a 30 determine los intervalos donde la función dada es continua, justifique sus respuestas basándolas en la definición de continuidad en un intervalo.

23. $f(x) = \frac{x}{x - 2}$

24. $f(x) = \frac{x - 1}{3x + 7}$

25. $f(x) = \frac{x - 1}{3x^2 - 4x - 4}$

26. $f(x) = \sqrt{5 + x}$

27. $f(x) = \sqrt{\frac{x - 3}{x}}$

28. $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

$$29. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x}{x-2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$30. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{1}{x-4} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

En los 31 a 44 determine los valores de las constantes, de tal forma que la función sea continua en todo número real.

$$31. f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \leq 2 \\ ax^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$32. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a^2}{x - a} & \text{si } x \neq a \\ ax^2 & \text{si } x = a \end{cases}$$

$$33. f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x \leq 2 \\ cx + 6 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$34. f(x) = \begin{cases} cx^2 + 3x & \text{si } x < 5 \\ x^3 - cx & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

$$35. f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -1 \\ ax + b & \text{si } -1 \leq x \leq 3 \\ -2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$36. f(x) = \begin{cases} x + 2a & \text{si } x < -2 \\ 3ax + b & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ 3x - 2b & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$37. f(x) = \begin{cases} x + 2c & \text{si } x < -2 \\ 3cx + k & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ 3x - 2k & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$38. f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 1 \\ cx + k & \text{si } 1 < x < 4 \\ -2x & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

$$39. f(x) = \begin{cases} \frac{7}{16}(x+3)^2 - 6 & \text{si } x \leq 1 \\ cx + k & \text{si } 1 < x < 4 \\ -\frac{1}{2}x - 6 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

$$40. f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x \leq -2 \\ ax^2 - b & \text{si } -2 < x \leq 1 \\ \sqrt{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$41. f(x) = \begin{cases} x^2 + 7k & \text{si } x < k \\ (x + k)^3 & \text{si } x \geq k \end{cases}$$

$$42. f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } 1 < x < 3 \\ x^2 + bx + c & \text{si } |x - 2| \geq 1 \end{cases}$$

$$43. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{si } x < 2 \\ ax^2 - bx + 3 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 2x + b & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$44. f(x) = \begin{cases} x - a & \text{si } x < a \\ x^2 + 2a & \text{si } a \leq x \leq b \\ \sqrt{bx} - 2 & \text{si } x > b \end{cases}$$