

Ejercicios sobre volúmenes por discos o anillos

En los ejercicios propuestos, calcule lo que se indica utilizando el método de discos o anillos

1. La región en el primer cuadrante acotada por arriba de la curva $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, a la izquierda por la recta $y = \frac{1}{4}$ y abajo por la recta $y = 1$, gira alrededor del eje y . Encuentre el volumen del sólido generado utilizando el método de arandelas o anillos.
2. Calcule el volumen del sólido de revolución generado al rotar la mitad superior de la elipse $9x^2 + 25y^2 = 225$ alrededor del eje x .
3. Hallar el volumen del sólido generado al girar la región limitada por las gráficas de las ecuaciones $x = y^2$ y $x = 4$, alrededor de la recta $x = 6$.
4. Cierta región del plano está acotada por la recta $y = x$ y por la curva $y^2 = 6 - x$. Calcule el volumen del sólido generado al rotar la región alrededor de la recta $x = 6$.
5. Encuentre el volumen del sólido obtenido al hacer girar la región delimitada por las curvas $y = e^{-x}$, $y = 1$, $x = 2$; alrededor de la recta $y = 2$.
6. Dadas las ecuaciones $y = x^2 + 2$ & $y = x + 4$. Encuentre el volumen del sólido obtenido al girar alrededor del eje $y = 1$, la región del inciso anterior.
7. Un sólido de revolución se genera al rotar la región limitada por $y = x$, $x = 1$ y el eje x alrededor de $y = -1$.
 - a. Esboce el sólido de revolución.
 - b. Dibuje el elemento diferencial de volumen.
 - c. Plantee la integral de volumen del sólido y determine el volumen.
8. Calcule, el volumen del sólido que se genera al hacer rotar en torno al eje y , la región que se encuentra en el primer cuadrante del sistema coordenado y limitada por las curvas

$$x^2 + y^2 = 16 \quad \text{y} \quad \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

9. Calcule el volumen del sólido de revolución que se obtiene al rotar alrededor de la recta $y = -2$ la región limitada por la curva $y = \frac{1}{x^2}$, las rectas $x = 1$, $x = 3$ y el eje x .
10. Un de solido de revolución se genera al rotar la región limitada por $y = x$, $x = 1$ y el eje x alrededor de $y = -1$.
 - a. Esboce el sólido de revolución.
 - b. Dibuje el elemento diferencial de volumen y calcule su volumen.
 - c. Plantee la integral de volumen del sólido y determine el volumen.
11. Se desea calcular el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar alrededor del eje x la región en el primer cuadrante limitada por la elipse $2x^2 + 3y^2 = 12$, la recta $x = 1$ y el eje x
 - a. Dibuje la región,
 - b. Dibuje y establezca las dimensiones del elemento diferencial de volumen y,

c. Plantee la integral definida de volumen y calcule dicho volumen.

12. Encuentre el volumen del sólido que se genera al rotar en torno a la recta $y = -1$, la región limitada por las curvas

$$y = 3x^2 \quad \& \quad y = 16 - x^2$$

13. Encuentre el volumen del sólido de revolución generado al rotar el área, limitada por la recta $y = \frac{1}{2}x$ y por la curva $y = \sqrt{x}$, alrededor de la recta $x = 4$.

a. Dibuje el i -ésimo elemento de volumen.

b. Plantee la integral y calcule el volumen.

14. Encuentre el volumen del sólido de revolución que se genera cuando la región en el primer cuadrante, limitada por la parábola $y = x^2$, el eje y , la recta $y = 4$. Se hace girar alrededor de la recta $x = 2$.

15. Sea \mathcal{R} la región limitada por las curvas

$$x + y = 0 \quad \& \quad y = x^2 + 3x$$

a. Grafique la región indicada.

b. Calcule el volumen obtenido al girar la región \mathcal{R} alrededor del eje y .

16. Encuentre el volumen del sólido obtenido al rotar alrededor de la recta $y = 1$ la región limitada por las gráficas de:

$$y = \sqrt{x} \quad \& \quad y = x^2$$

17. Calcular el volumen del sólido obtenido al hacer girar la región delimitada por la gráfica de $y = x^2$ & $y = 4x - x^2$ alrededor del eje $y = -3$.

18. Determine el volumen del sólido generado al girar la región limitada por la curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $x - 2y = 0$, alrededor de la recta $x = 4$, aplicando el método de discos o anillos.

19. Un sólido es obtenido al rotar la región limitada por las gráficas de $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$ alrededor de la recta $x = k$ donde $k > 1$. Encuentre el valor de la constante k si el volumen del sólido es de $\frac{21}{10}\pi \text{ cm}^3$

20. La región limitada por las gráficas de $y = (x - 3)^2$ y la recta $y = 4$ se gira alrededor del eje x .

a. Representar gráficamente la región indicada.

b. Calcule el volumen del sólido utilizando el método de discos o anillos.

21. Encuentre el volumen que se genera al rotar el área delimitada por

$$\text{El eje } x \text{ y } y = 8x - x^2$$

Alrededor de la recta $y = -2$, utilizando el método de discos o anillos.

22. Para las siguientes curvas $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$, $g(x) = 4 - x^2$

calcule el volumen del sólido que se forma al hacer girar la región comprendida entre $x = -2$ y $x = 0$ alrededor de la recta $y = -2$. Utilice el método de discos o anillos.

- 23.** Encuentre el volumen del sólido obtenido al hacer girar la región delimitada por las curvas $x = y^2$ & $x = 1 - y^2$, alrededor de la recta $x = 3$.
- Grafique la región y utilice el método de discos o anillos para calcular el volumen. Grafique un disco o anillo típico.
- 24.** Calcular el volumen del sólido obtenido al girar la región limitada por las gráficas de la parábola $y = x^2$, la recta $2x - y = 0$. Alrededor de la recta $x = 2$ utilizando el método de arandelas.
- 25.** Dadas las funciones, $f(x) = x^2$ y $g(x) = x$,
- Calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al hacer girar la región indicada en torno al eje $x = 1$, utilizando el método de arandelas.
- 26.** Plantee la integral para calcular volumen del sólido generado al hacer girar la región limitada por la curva $y = x^2 - 1$ y por la recta $x - y + 5 = 0$
- Alrededor de la recta $y = -2$, utilizando del método de anillos o arandelas.
- 27.** Encuentre el volumen del sólido que se genera al rotar alrededor de la recta $x = 2$, la región en el primer cuadrante limitada por los ejes de coordenadas y por la curva $y = 4 - x^2$
- 28.** Calcular el volumen del sólido obtenido al girar la región limitada por las gráficas de la parábola $y = x^2$, la recta $y = x$.
- Alrededor de la recta $x = 3$ utilizando el método de arandelas.
- 29.** Encuentre el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar la región comprendida entre $[1, 2]$, de la figura del problema anterior, en torno a la recta $x = 2$. Deje clara constancia del método a utilizar indicando todos sus elementos.
- 30.** Calcule el volumen del sólido que se genera al rotar alrededor de la recta $y = 6$, la región limitada por la curva $y = x^2$ y la recta $y = 4$.
- 31.** Sea R_1 la región limitada por $y = x^2$, $y = 0$, $x = b$, donde $b > 0$. Sea R_2 la región limitada por $y = x^2$, $x = 0$, $y = b^2$.
- Determinar el valor de b tal que R_1 genere el mismo volumen cuando gira alrededor del eje x que cuando gira alrededor del eje y .
- 32.** Encuentre el volumen del sólido de revolución generado al rotar el área, limitada por la recta $y = \frac{1}{2}x$ y por la curva $y = \sqrt{x}$, alrededor de la recta $x = 4$. Utilizando el método de discos o anillos.
- 33.** Encuentre el volumen del sólido de revolución que se genera cuando la región limitada por la parábola $y = x^2 - 1$ y la recta $y = 3$, se hace girar alrededor de la recta $x = 2$.
- 34.** Encuentre el volumen que se genera al girar el área delimitada por $y = |x|$ & $y = x^2 - 2$ alrededor de $y = -4$
- 35.** Determine el volumen del sólido que se obtiene cuando la región limitada por la parábola $y = x^2$, la recta $x = 2$ y el eje x ; se hace girar alrededor de la recta $x = 4$.