Ejercicios sobre reglas de derivación

En los ejercicios 1 a 20 utilice las reglas de derivación para calcular la derivada

1. $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

2. $y = \dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$

3. $y = x^2\sqrt{9 - x^2}$

4. $y = \dfrac{3x - 2}{\sqrt{2x + 1}}$

5. $y = \left(3x^2 + \dfrac{1}{x^2}\right)\left(\dfrac{1}{x} + 3\right)$

6. $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - 9}}{(2x + 3)^5}$

7. $f(x) = (x^4 - x)^{-3}(5 - x^2)^{-1}$

8. $y = \sqrt[3]{\dfrac{9 - x^2}{x^3 + 8}}$

9. $f(x) = \dfrac{(3x - 2)^5}{\sqrt{x^2 - 9}}$

10. $f(x) = \dfrac{(2x - 3)^5}{\sqrt{x^3 + 8}}$

11. $g(x) = \left(\dfrac{3x^2 + 4}{x^7 + 1}\right)^{10}$

12. $f(x) = \dfrac{x^2(x - 2)^5}{\sqrt{x^2 + 9}}$

13. $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x^3}}}$

14. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^3 - 4}}{(x - 1)^5}$

15. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt[3]{x^2 + 1}}$

16. $g(x) = \left(\dfrac{x}{x^2 + 1}\right)^{5/3}$

17. $f(t) = \left[t^2 + (1 + t)^4\right]^{-5}$

18. $f(x) = (1 - 3x^4)^5(4 - x^2)^{-1/3}$

19. $f(x) = x^3\sqrt{1 - \dfrac{x}{x^2 + 1}}$

20. $f(x) = \left[x - \left(1 + \sqrt{1 - x^2}\right)^{-3}\right]^5$

En los ejercicios 21 a 25 utilice las reglas de derivación para calcular la derivada de orden superior que se indica

21. $f(x) = (3x - 4)^5$, calcule $f''(x)$

22. $f(x) = \dfrac{x}{1 + x^2}$, calcule $f''(x)$

23. $f(x) = \sqrt{3 - 2x}$, calcule $f'''(x)$

24. $f(x) = \dfrac{x + 1}{1 - x}$, calcule $f'''(x)$

25. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3x + 4}}$, calcule $f''(0)$

26. $f(t) = \left(2 - t^3\right)^5$, calcule $f'''(1)$

27. Sabiendo que:

$r(x) = f(g(h(x)))$, donde $h(1) = 2$, $g(2) = 3$, $h'(1) = 4$, $g'(2) = 5$ y $f'(3) = 6$

Encuentre: $r'(1)$

28. Si $3f(x) + x^3\left[f(x)\right]^2 = 11$ y $f(2) = 1$, encuentre: $f'(2)$

29. Dada la siguiente tabla de valores

x	$f(x)$	$h(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$h'(x)$	$g'(x)$
1	2	4	1	3	2	−1

Se definen las siguientes funciones

$$u(x) = f(x)\cdot g(x)\cdot h(x) \quad \& \quad v(x) = \frac{h(g(x))}{f(x)}$$

Utilizando los datos de la tabla calcule:

a. $u'(1)$

b. $v'(1)$

30. Suponga que f y g son funciones derivables, tales que $f\big(g(x)\big) = x$ y $f'(x) = 4 + \big[f(x)\big]^2$

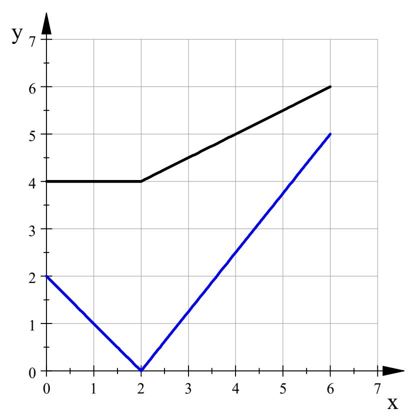
Demuestre que $g'(x) = \dfrac{1}{4 + x^2}$

31. Si f y g son funciones derivables, donde $f(1) = 2$, $f'(1) = -3$, $g(1) = 6$, $g'(1) = 2$.

Calcule $h'(1)$ si $h(x) = \dfrac{1 + 2f(x)}{x - g(x)}$

32. Sean $r(x) = f(g(x)$ y $s(x) = g(f(x)$, con f y g tal como se muestran en la figura. Calcule

a. $r'(1)$ **b.** $s'(4)$



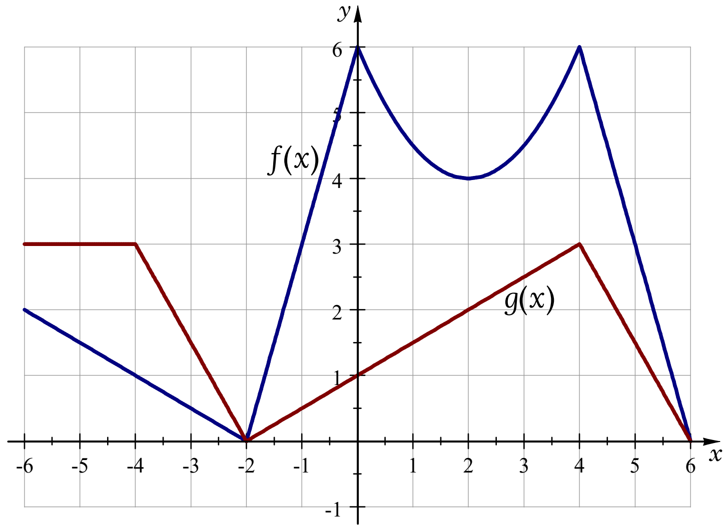
33. Sean f y g las funciones cuyas gráficas aparecen en la figura.

a. Si $h(x) = f(x)\,g(x)$, determine $h'(1)$

b. Si $v(x) = f(x)\,/\,g(x)$, determine $v'(4)$

c. Si $w(x) = g(x)\,/\,f(x)$,determine $w'(2)$

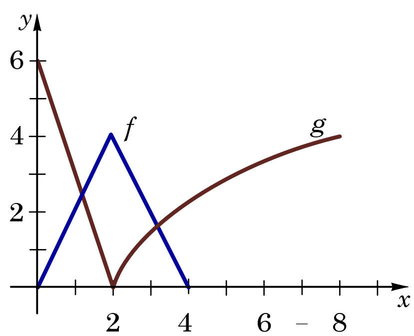
d. Si $u(x) = g(f(x))$, determine $u'(5)$



34. La figura muestra la gráfica de dos funciones f y g. Se definen las funciones

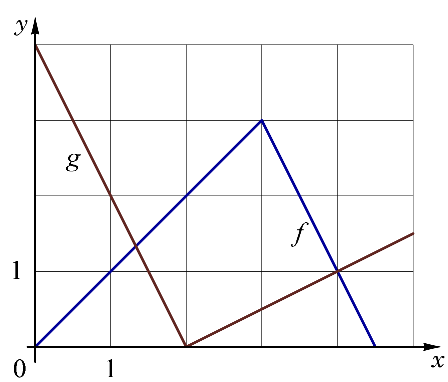
$$u(x) = f\big(g(x)\big) \quad \text{y} \quad v(x) = g\big(f(x)\big)$$

Calcule: **a.** $u'(1)$ **b.** $v'(1)$

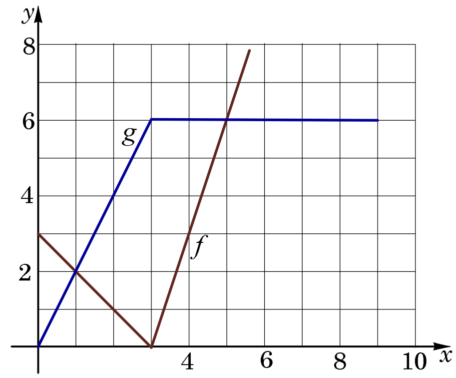


35. La figura muestra la gráfica de dos funciones f y g. Utilícela para encontrar lo que se le pide

a. Halle $u'(4)$, si $u(x) = f(x)g(x)$ **b.** Halle $v'(2)$, si $v(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$



36. La figura muestra la representación gráfica de dos funciones f y g.



Sean $\quad P(x) = f(x)g(x), \quad Q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)} \qquad R(x) = f(g(x)).$

Determine:

a. $P'(2)$ **b.** $Q'(2)$ **c.** $R'(2)$

37. Si f y g son funciones derivables, se define la función $F(x) = f(g(x))$. Determine el valor de $f''(2)$ sabiendo que $g(1) = 2$, $g'(1) = 3$, $g''(1) = -1$, $f'(2) = 4$ y $F''(1) = 23$

38. Si $f(x) = \dfrac{5x}{1+x^2}$, encuentre los puntos de $f(x)$ donde la recta tangente es paralela a la recta $9x + 50y - 200 = 0$

39. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = (x-2)^2 + 2$, que sea perpendicular a la recta $x + 2y - 12 = 0$

40. Encuentre la ecuación de la recta que es perpendicular a la curva $f(x) = \sqrt{x} + 1$ y paralela a la recta $x + y = 0$.

41. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la curva $f(x) = \dfrac{16x}{x^2+16}$, si la recta pasa por el punto $\left(-2, -\dfrac{8}{5}\right)$.

42. Encuentre las ecuaciones de las dos rectas que pasan por el punto $(2, -3)$ y que además son tangentes a la parábola con ecuación $y = x^2 + x$

43. Determine las ecuaciones de las rectas normales a la curva $y = x^2$ y que pasan por el punto $(0,1)$.

44. Dada la parábola $y = x^2$ y el punto $P = (8,2)$ que no está en la parábola. Encuentre las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola que pasan por el punto P.

45. Determine la ecuación de cada una de las rectas que pasan por el punto $(4,13)$ y son tangentes a la curva $y = 2x^2 - 1$

46. Encuentre la ecuación de la recta que es tangente a la curva y perpendicular a la recta cuya ecuación es $2x + y - 3 = 0$. Dibuje la gráfica de la parábola y la recta tangente.

47. Determine la parábola con ecuación $y = ax^2 + bx$, cuya tangente en el punto $(-1, 1)$ tiene por ecuación $y = -3x - 2$

48. Determinar las coordenadas de los puntos en que las rectas tangentes a la curva $y = \dfrac{x}{x+1}$, sabiendo que dichas rectas pasan por el punto (1, 2).

49. Determine la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ que pase por el punto $(1,5)$ y cuyas rectas tangentes en $x = -2$ y $x = 2$ tengan pendientes 6 y -2 respectivamente.

50. Se está inflando un globo esférico. Encuentre la razón de cambio del área superficial con respecto al radio, cuando éste tiene una medida de 1 pie.

51. Se lanza una piedra a un charco, generándose ondas circulares concéntricas. Determine la tasa de variación del área de la superficie afectada con respecto al radio cuando su radio es de 4 cm.

52. Un péndulo de 10 cm de longitud ha oscilado de modo que θ es la medida en radianes del ángulo formado por el péndulo y una recta vertical. Si $h(\theta)$ es la altura vertical del extremo del péndulo por arriba de su posición más baja. Determine la razón instantánea de cambio de $h(\theta)$ con respecto a θ, cuando $\theta = \dfrac{\pi}{6}$.

53. Determine una ecuación de la recta tangente a la curva $y = 3x^2 - 4$ y que sea paralela a la recta $3x + y = 4$. Utilice la definición para calcular la derivada.