

## PROBLEMA RESUELTO 6

---

Calcule la integral

$$\int \tan^4 x \sec^4 x \, dx$$

### Solución

---

Cuando en una integral de potencias de tangentes y secantes, la función secante tiene exponente par, el problema se resuelve descomponiendo la potencia de la función secante en dos partes. La primera para obtener el diferencial  $\sec^2 x \, dx$ , la otra potencia de la secante se convierte a la función tangente utilizando la identidad  $\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$  y luego se realiza la sustitución  $u = \tan x$ .

Al seguir el procedimiento descrito se tiene que

$$\begin{aligned} \int \tan^4 x \sec^4 x \, dx &= \int \tan^4 x \sec^2 x \sec^2 x \, dx \\ &= \int \tan^4 x (1 + \tan^2 x) \sec^2 x \, dx \\ &= \int (\tan^4 x + \tan^6 x) \sec^2 x \, dx \end{aligned}$$

Haciendo la sustitución

$$u = \tan x$$

$$du = \sec^2 x \, dx$$

Se obtiene una integral que se calcula fácilmente

$$\begin{aligned} \int \tan^4 x \sec^4 x \, dx &= \int (u^4 + u^6) \, du \\ &= \frac{1}{5} u^5 + \frac{1}{7} u^7 + c \\ &= \frac{1}{5} \tan^5 x + \frac{1}{7} \tan^7 x + c \end{aligned}$$

---