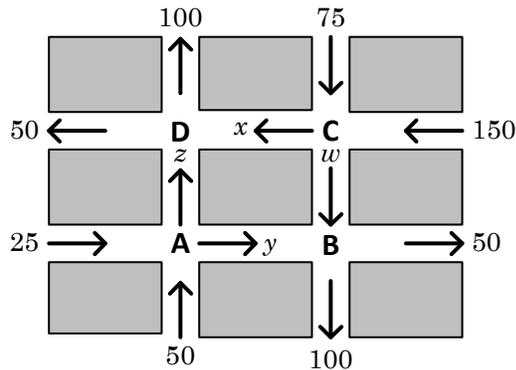


PROBLEMA RESUELTO 3

En la figura siguiente se muestra un sistema de cuatro calles cuya circulación es en un solo sentido y que conducen al centro de la ciudad. Las cifras de la figura denotan la cantidad promedio de vehículos por hora que avanzan en las direcciones mostradas. Cada hora, un total de 300 vehículos entra en la zona y 300 salen de la misma. Se han coordinado los semáforos en las intersecciones A, B, C y D para evitar congestión y esta sincronización determinará las cantidades de tránsito x, y, z, w . Determine dichas cantidades.



Solución

El número de vehículos que entran y salen en cada intersección debe ser el mismo, En la intersección A entran 75 vehículos y salen y y z , entonces

$$y + z = 75$$

En la intersección B entran y y w y salen 150 vehículos, es decir

$$y + w = 150$$

En la intersección C entran 225 autos y salen x y w , es decir

$$x + w = 225$$

Finalmente, en la intersección D entran x y z , mientras que salen 150 autos, es decir

$$x + z = 150$$

Como se puede ver el sistema tiene 4 ecuaciones con 4 incógnitas

$$x + z = 150$$

$$x + w = 225$$

$$y + z = 75$$

$$y + w = 150$$

Al resolver el sistema de ecuaciones por el método de Gauss-Jordan, la matriz aumentada del sistema es

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 150 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 225 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 75 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 150 \end{bmatrix}$$

Efectuando operaciones elementales para obtener la matriz escalonada reducida

$$F1 \times (-1) + F2 \rightarrow F2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 150 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 75 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 75 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 150 \end{bmatrix}$$

$$F2 \leftrightarrow F4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 150 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 150 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 75 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 75 \end{bmatrix}$$

$$F2 \times (-1) + F3 \rightarrow F3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 150 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 150 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -75 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 75 \end{bmatrix}$$

$$F3 \times (-1) + F1 \rightarrow F1$$

$$F3 \times (1) + F4 \rightarrow F4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 225 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 150 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De la matriz escalonada reducida se obtiene que el sistema equivalente de ecuaciones es

$$\begin{aligned} x &+ w = 225 \\ y &+ w = 150 \\ z - w &= -75 \end{aligned}$$

Como el sistema es de 3 ecuaciones y 4 incógnitas, tiene infinitas soluciones, por lo que, con la información proporcionada hay muchas formas en las que puede fluir el tránsito por las intersecciones.
