

PROBLEMA RESUELTO 2

Calcule la integral

$$\int \cos x \ln(\operatorname{sen} x) dx$$

Solución

La integración por partes establece que

$$\int u dv = uv - \int v du$$

No podemos elegir $u = \cos x$, pues $dv = \ln(\operatorname{sen} x) dx$, que no se puede integrar fácilmente. La sustitución correcta es

$$u = \ln(\operatorname{sen} x)$$

$$\begin{aligned} du &= \frac{1}{\operatorname{sen} x} \cdot \cos x \\ &= \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} \end{aligned}$$

dv tiene que ser la otra parte de la integral, es decir que

$$dv = \cos x dx$$

$$v = \operatorname{sen} x$$

Ahora se utiliza la fórmula de integración por partes

$$\begin{aligned} \int u dv &= uv - \int v du \\ \int \cos x \ln(\operatorname{sen} x) dx &= \ln(\operatorname{sen} x)(\operatorname{sen} x) - \int (\operatorname{sen} x) \left(\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} \right) dx \\ &= \ln(\operatorname{sen} x)(\operatorname{sen} x) - \int (\cos x) dx \\ &= \ln(\operatorname{sen} x)(\operatorname{sen} x) - (\operatorname{sen} x) + c \\ &= \operatorname{sen} x (\ln(\operatorname{sen} x) - 1) + c \end{aligned}$$
