

PROBLEMA RESUELTO 2

Un vendedor de enciclopedias representa a una empresa que ofrece tres encuadernaciones distintas de sus enciclopedias: normal, de lujo y de piel. Por cada colección que vende su comisión se base en el tipo de encuadernación del producto. Una semana vende tres enciclopedias con encuadernación normal, dos de lujo y cuatro de piel; sus comisiones totalizan Q2,000. La siguiente semana vende una colección normal, una de lujo una de piel y su comisión es de Q600. La tercera semana vende dos enciclopedias con encuadernación normal, una de lujo y tres de piel y su comisión es de Q1,400. Calcule la comisión que recibe el vendedor por cada presentación de la enciclopedia o muestre que la información es insuficiente o incorrecta, planteando el sistema de ecuaciones y utilizando el método de eliminación de Gauss-Jordan para resolverlo.

Solución

Sea: $x =$ Comisión por la venta de una enciclopedia normal.

$y =$ Comisión por la venta de una enciclopedia de lujo.

$z =$ Comisión por la venta de una enciclopedia de piel.

La comisión obtenida en una semana se obtiene multiplicando el número de enciclopedias vendidas de cada tipo por su correspondiente comisión y luego sumando las tres comisiones. Al calcular las comisiones de las 3 semanas se obtiene el sistema

$$3x + 2y + 4z = 2000$$

$$x + y + z = 600$$

$$2x + y + 3z = 1400$$

La matriz aumentada del sistema es

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 2000 \\ 1 & 1 & 1 & 600 \\ 2 & 1 & 3 & 1400 \end{bmatrix}$$

Al efectuar operaciones elementales para obtener la matriz reducida se tiene:

Intercambiando la fila 1 con la fila 2:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 600 \\ 3 & 2 & 4 & 2000 \\ 2 & 1 & 3 & 1400 \end{bmatrix}$$

Multiplicando la fila 1 por -3 y sumándola a la fila 2.

Multiplicando la fila 1 por -2 y sumándola a la fila 3:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 600 \\ 0 & -1 & 1 & 200 \\ 0 & -1 & 1 & 200 \end{bmatrix}$$

Multiplicando la fila 2 por -1

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 600 \\ 0 & 1 & -1 & -200 \\ 0 & -1 & 1 & 200 \end{bmatrix}$$

Multiplicando la fila 2 por -1 y sumándola a la fila 1.

Multiplicando la fila 2 por 1 y sumándola a la fila 3:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 800 \\ 0 & 1 & -1 & -200 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matriz anterior está escalonada y reducida y el sistema de ecuaciones equivalente que se obtiene de ella es

$$x + 2z = 800$$

$$y - z = -200$$

Como el sistema tiene 2 ecuaciones y 3 incógnitas, tiene infinitas soluciones, por lo que, con la información proporcionada hay muchas comisiones posibles para cada tipo de enciclopedia.
