

PROBLEMA RESUELTO 1

Calcule la integral

$$\int x \cos 2x \, dx$$

Solución

La integración por partes establece que

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

Se debe elegir u de tal forma que su derivada sea sencilla. Por otro lado, dv debe ser tal que se pueda integrar con cierta facilidad. No se recomienda por ejemplo que u sea un producto o un cociente ya que su derivada es complicada

Al hacer

$$u = x,$$

dv tiene que ser la otra parte de la integral a calcular, es decir que

$$dv = \cos 2x \, dx$$

Para calcular du hay que calcular el diferencial de u

$$u = x$$

$$du = dx$$

Para obtener v hay que calcular la integral de dv

$$dv = \cos 2x \, dx$$

$$v = \int \cos 2x \, dx$$

$$= \frac{1}{2} \sin 2x$$

Ahora se utiliza la fórmula de integración por partes

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$\int x \cos 2x \, dx = (x) \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) - \int \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) dx$$

Observe que la integral que resulta en el lado derecho es mas sencilla que la integral dada. Esto nos sugiere que se ha elegido las sustituciones correctas.

Calculando la integral y simplificando

$$\int x \cos 2x \, dx = (x) \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) - \int \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) dx$$

$$= \frac{1}{2} x \sin 2x - \frac{1}{2} \int (\sin 2x) \, dx$$

$$= \frac{1}{2} x \sin 2x - \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \cos 2x \right) + c$$

$$= \frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + c$$
