UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-107-1-M-2-00-2018

CURSO:	**Matemática Intermedia 1**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**107**
TIPO DE EXAMEN:	**Primer Examen Parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**14 de Agosto del 2018**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Jonathan Efren Alvarez Cacacho**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Jonathan Efren Alvarez Cacacho**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

Universidad de San Carlos de Guatemala **Departamento de Matemática**
Facultad de Ingeniería **Matemática Intermedia 1**

14 de Agosto del 2018 Primer Examen Parcial Temario A

Tema 1 (10 puntos)
Utilizando el método de eliminación de Gauss, encuentre la solución del siguiente problema:
Una bolsa tiene 30 billetes, entre los cuales hay de Q 5.00, de Q10.00 y de Q20.00, siendo el valor entre los de a Q 5.00, de a Q10.00 y los de Q 20.00 de Q400.00 y el número de billetes de a Q 5.00 es dos veces el de a Q 20.00. Determine si es posible la cantidad de cada nominación de billete o muestre que la información es insuficiente ya que es inconsistente. **Razone su respuesta.**

Tema No. 2 (11 Puntos)

i) Dada:
A=$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ Encuentre a) AdjA b) $A^T * A$ (2 pts c/u)

ii) Encuentre el determinante (7 pts)

$$\begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{-4} \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{3} \\ \mathbf{-2} & \mathbf{-4} & \mathbf{-2} & \mathbf{4} \end{vmatrix}$$

Tema No. 3 (12 puntos)
Dado:
x + y + z = 2
x – y + z = 6
x + y – z = 4

a) Encuentre la matriz inversa de la matriz de coeficientes por $(A|I) \to (I|A^{-1})$ (10 pts)
b) Encuentre la solución del sistema **utilizando la matriz inversa encontrada.** (2 pts)

Tema No.4 (12 puntos)
Cada una de las siguientes matrices, son matrices aumentadas. Encuentre la solución del sistema que representan si tienen solución única o infinita. (**exprese en forma matricial),** nombre las incógnitas como lo desee:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & :4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & :2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & :0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & : & 0 \\ 0 & 1 & : & 1 \\ 0 & 0 & : & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & :4 \\ 0 & 1 & 0 & :5 \\ 0 & 0 & 1 & :2 \end{pmatrix}$

Tema No.5 (9 puntos)
Determine los valores de K tal que el sistema x & y tenga i) Sol. Única ii) Ninguna Solución iii) Infinitas Soluciones. **Razone su respuesta.**
Kx – Ky = 0
x + (K +2)y = K

Tema No.6 (46 pts)

1) Plantee la descomposición utilizando división de polinomios, factorización y fracciones parciales, sin encontrar los valores de las constantes planteadas (6 pts).

$$\frac{\boldsymbol{x}^{\mathbf{5}}}{\boldsymbol{x}^{\mathbf{4}} - \mathbf{1}}$$

2) Calcule (8pts c/u)

i) $\int x\sqrt{2x - x^2}\,dx$ ii) $\int \sqrt{x} * \ln x\,dx$ iii) $\int \frac{\sec^4 \ln x}{x}dx$

iv) $\int \frac{x^2+2}{x(x^2+2x+5)}dx$ v) $\int \frac{\sqrt[4]{x+2}}{\sqrt{x+2}+1}dx$

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Tema 1 (10 puntos)

Utilizando el método de eliminación de Gauss, encuentre la solución del siguiente problema:
Una bolsa tiene 30 billetes, entre los cuales hay de Q 5.00, de Q10.00 y de Q20.00, siendo el valor entre los de a Q 5.00, de a Q10.00 y los de Q 20.00 de Q400.00 y el número de billetes de a Q 5.00 es dos veces el de a Q 20.00. Determine si es posible la cantidad de cada nominación de billete o muestre que la información es insuficiente ya que es inconsistente. **Razone su respuesta.**

No.	Explicación	Operatoria
1.	Primero se busca plantear todas las ecuaciones que se pueden extraer del enunciado del problema, identificando las 3 variables.	X= billetes de Q 5.00 Y= billetes de Q10.00 Z=billetes de Q20.00
2.	La primera ecuación relaciona la suma de las tres cantidades con el número de billetes que se encuentran en la bolsa. La segunda ecuación relaciona el monto equivalente de los 30 billetes que hay. La tercera ecuación es la igualdad de que la cantidad de los billetes de Q5.00 es dos veces la de Q 20.00.	X+Y+Z=30 5X+10Y+20Z=400 X=2Z
3.	Se igualan las ecuaciones a cero y se colocan en forma matricial.	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 5 & 10 & 20 & 400 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{array}\right)$
4.	Se hacen las siguientes operaciones en búsqueda de tener ceros debajo de la diagonal según el método de eliminación. - Fila 3 → F3-F1 - Fila 2 → F2-5F1	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 5 & 15 & 250 \\ 0 & -1 & -3 & -30 \end{array}\right)$
5.	Se hacen las siguientes operaciones entre filas: - Fila 2 → 1/5 * F2 - Fila 3 → -F3	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 1 & 3 & 50 \\ 0 & 1 & 3 & 30 \end{array}\right)$
6.	Se hacen las siguientes operaciones entre filas: - Fila 3 → F3-F2 - Fila 1 → F1-F2	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & -2 & -20 \\ 0 & 1 & 3 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & -20 \end{array}\right)$
7.	La fila 3 plantea una igualdad que no existe y por lo tanto la información es inconsistente.	0=-20

R. / La información es inconsistente.

Tema No. 2 (11 Puntos)

i) Dada:

A=$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Encuentre a) AdjA

No.	Explicación	Operatoria
1.	La matriz adjunta se encuentra por los diferentes cofactores dependiendo de cada posición en la matriz, el cofactor se escribe como Cij.	Cij= $(-1)^{i+j} * \lvert Aij \rvert$
2.	Se encuentra el Cofactor C11.	C11= $(-1)^{1+1} * \lvert 1 \rvert = 1$
3.	Se encuentra el cofactor C12.	C12= $(-1)^{1+2} * \lvert 2 \rvert$=-2
4.	Se encuentra el cofactor C21.	C21= $(-1)^{2+1} * \lvert 3 \rvert = -3$
5.	Se encuentra el cofactor C22.	C22= $(-1)^{2+2} * \lvert 2 \rvert = 2$
6.	Se posiciona cada cofactor representando la matriz adjunta.	$\mathrm{Aadj} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

R./

$$\mathrm{Aadj} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

b) $A^T * A$

No.	Explicación	Operatoria
1.	La matriz transpuesta es cambiar las filas por las columnas de la matriz A.	$A^T = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
2.	Se multiplica la transpuesta por la matriz A	$A^T * A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
3.	Como ambas matrices son 2x2 entonces la matriz resultante también debe ser 2x2.	R= $\begin{pmatrix} P11 & P12 \\ P21 & P22 \end{pmatrix}$
4.	Se encuentra el valor equivalente de la posición P11, tomando la fila 1 de la matriz transpuesta por la columna 1 de la matriz A.	P11= $\begin{pmatrix} 2 & 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ =4+4=8

5.	Se encuentra el valor equivalente de la posición P12, tomando la fila 1 de la matriz transpuesta por la columna 2 de la matriz A.	P12= $(2 \quad 2) * \binom{3}{1}$ =6+2=8
6.	Se encuentra el valor equivalente de la posición P21, tomando la fila 2 de la matriz transpuesta por la columna 1 de la matriz A.	P21= $(3 \quad 1) * \binom{2}{2}$ =6+2=8
7.	Se encuentra el valor equivalente de la posición P22, tomando la fila 2 de la matriz transpuesta por la columna 2 de la matriz A.	P22= $(3 \quad 1) * \binom{3}{1}$ =9+1=10
8.	Se coloca cada resultado según la posición Pij en la matriz resultante.	R= $\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$

R./

$$R= \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$$

ii) Encuentre el determinante (7 pts)

$$\begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{-4} \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{3} \\ \mathbf{-2} & \mathbf{-4} & \mathbf{-2} & \mathbf{4} \end{vmatrix}$$

No.	**Explicación**	**Operatoria**
1.	Se selecciona por facilidad la tercera columna para encontrar los cofactores, por lo tanto se plantea la siguiente ecuación de determinante	$\lvert A\rvert = a13C13 + a23 * C23 + a33 * C33 + a43 * C43$
2.	Donde a23 y a33 son iguales a 0 entonces se simplifica la ecuación.	$\lvert A\rvert = a13C13 + a43 * C43$
3.	Se encuentra el cofactor C13, para encontrarlo se plantea la siguiente ecuación.	Cij= $(-1)^{i+j} * \lvert Aij\rvert$ C13= $(-1)^{3+1} * \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ -2 & -4 & 4 \end{vmatrix}$
4.	Se encuentra el determinante de la matriz 3*3 de la siguiente forma.	= 3(2*4-(3*-4)) – 1 (2*4-(3*-2)) +1(2*-4-(2*-2)) = 60-14-4= 42

5.	Se multiplica el C13 * a13	=42*1=42
6.	Se encuentra el cofactor C43, para encontrarlo se plantea la siguiente ecuación.	Cij= $(-1)^{i+j} * \|Aij\|$ C13= $(-1)^{3+4} * \begin{vmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$
7.	Se encuentra el valor del determinante de la matriz 3*3 de la siguiente forma.	= 3(1*3-(1*2))-3(3*3-(1*2))-4(3*2-(1*2)) = (-1)*34 = -34
8.	Se multiplica el C43 * a43	= -34*2=-68
9.	Se encuentra el valor del determinante sumando los resultados del paso 5 y del 8, según la ecuación planteada en el paso 2.	$\|A\| = a13C13 + a43 * C43$ = -68+42 = -26

R./

El valor del determinante es -26.

Tema No. 3 (12 puntos)

Dado:

$$x + y + z = 2$$
$$x - y + z = 6$$
$$x + y - z = 4$$

Encuentre la matriz inversa de la matriz de coeficientes por $(A|I) \rightarrow (I|A^{-1})$ (10 pts)

No.	Explicación	Operatoria
1.	Primero se colocan las variables x, y, z en una matriz junto con una identidad.	$\left(\begin{array}{ccc\|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$
2.	Se busca lograr pasar la identidad al lado derecho de la expresión. Se hacen las siguientes operaciones entre filas: - Fila 2 → F2-F1 - Fila 3 → F3-F1	$\left(\begin{array}{ccc\|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)$
3.	Se hacen las siguientes operaciones entre filas: - Fila 2 → (-1/2)*F2 - Fila 3 → (-1/2)*F3	$\left(\begin{array}{ccc\|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 & 0 & -1/2 \end{array}\right)$

4.	Se hace la siguiente operación entre filas: - Fila 1 → F1 – F2	$\left(\begin{array}{ccc\|ccc} 1 & 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 & 0 & -1/2 \end{array}\right)$
5.	Se hace la siguiente operación entre filas: - Fila 1 → F1-F3	$\left(\begin{array}{ccc\|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 & 0 & -1/2 \end{array}\right)$

R./

La matriz inversa es:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & -1/2 \end{pmatrix}$$

b) Encuentre la solución del sistema **utilizando la matriz inversa encontrada.** (2 pts)

No.	**Explicación**	**Operatoria**
1.	Se multiplica la matriz inversa por la matriz solución B.	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}}^{A^{-1} * B}$
2.	La matriz solución debe der ser 3x1. Para encontrar el valor de la x se multiplica la fila 1 de la inversa por la matriz B.	X= 0+3+2=5
3.	Para encontrar el valor de la y se multiplica la fila 2 de la inversa por la matriz B.	Y=1-3+0=-2
4.	Para encontrar el valor de la z se multiplica la fila 3 de la inversa por la matriz B.	Z= 1+0-2=-1
5.	Las soluciones en forma matricial se escriben de la siguiente forma:	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

R. / Las soluciones son X= 5, Y = -2 y Z=-1.

Tema No.4 (12 puntos)
Cada una de las siguientes matrices, son matrices aumentadas. Encuentre la solución del sistema que representan si tienen solución única o infinita. (**Exprese en forma matricial),** nombre las incógnitas como lo desee:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & :4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & :2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & :0 \end{pmatrix}$

No	EXPLICACION	OPERATORIA
1	Se determinan las ecuaciones de la matriz aumentada.	X+Z=4 Y+Z=2 W=0
2	Como solo hay 3 ecuaciones y 4 incógnitas esta tiene infinitas soluciones. Se selecciona un valor arbitrario "a" a la variable que Z que se encuentra en las primeras dos ecuaciones.	$Z = a$
3	Se sustituye el valor arbitrario de Z en las primeras ecuaciones.	X + a = 4 Y + a =2 W = 0 Z = a
4	Se escribe la respuesta matricial.	$\begin{matrix} x=4 \\ y=2 \\ z=0 \\ w=0 \end{matrix} + a * \begin{matrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{matrix}$

R. / Tiene infinitas soluciones

$$\begin{matrix} x=4 \\ y=2 \\ z=0 \\ w=0 \end{matrix} + a * \begin{matrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{matrix}$$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & : & 0 \\ 0 & 1 & : & 1 \\ 0 & 0 & : & 1 \end{pmatrix}$

No	EXPLICACION	OPERATORIA
1	La siguiente matriz no tiene solución debido a que la igualdad en la fila tres no se cumple.	0=1

R. / No tiene solución

c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & :4 \\ 0 & 1 & 0 & :5 \\ 0 & 0 & 1 & :2 \end{pmatrix}$

No.	Explicación	Operación
1	Se extraen las ecuaciones de la matriz.	X + 2Z = 4 Y = 5 Z =2
2	Se encuentra el valor de X sustituyendo Z en la primera ecuación.	Z= 2 X + 2*2 = 4 X = 0
3	Se escriben las soluciones de forma matricial.	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

Este tiene soluciones únicas x=0, y = 5 y z = 2.

Tema No.5 (9 puntos)
Determine los valores de K tal que el sistema x & y tenga i) Sol. Única ii) Ninguna Solución iii) Infinitas Soluciones. **Razone su respuesta.**

Kx – Ky = 0
x + (K +2)y = K

No.	Explicación	Operación
1	Se escriben en forma matricial la parte izquierda de las ecuaciones.	$\begin{pmatrix} K & -K \\ 1 & K+2 \end{pmatrix}$
2	Se saca el determinante de la matriz y este se iguala a 0 para determinar los valores de K	$\mathrm{k}(\mathrm{k}+2)-(-\mathrm{k})(1)=0$

3	Se determinan los valores de K para que el determinante no tenga soluciones únicas.	$k^2+2k+k=0 \qquad k^2+3k=0$ $k(k+3)=0$
4	El sistema tendrá soluciones únicas cuando K sea diferente a -3 y a 0.	k diferente a -3 y 0
5	Se debe evaluar en la matriz cada uno de los valores de K, se sustituye K=0, en este caso con K=0 hay infinitas soluciones.	$\left(\begin{array}{cc\|c} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{array}\right)$
6.	Ahora se procede a sustituir cuando K= -3.	$\left(\begin{array}{cc\|c} -3 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{array}\right)$
7.	Se hacen las siguientes operaciones entre filas usando el método de eliminación. - Fila 1 <--> F2	$\left(\begin{array}{cc\|c} 1 & -1 & -3 \\ -3 & 3 & 0 \end{array}\right)$
8.	Se hacen las siguientes operaciones entre filas: - Fila 2 → F2 + 3F1 La matriz con K= -3 no tiene soluciones.	$\left(\begin{array}{cc\|c} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & -9 \end{array}\right)$

R/
i) Tiene solución única para cualquier K distinto de -3 y 0
ii) Tiene infinitas soluciones cuando k =0
iii) No tiene soluciones cuando k=-3

Tema No.6 (46 pts)

1) Plantee la descomposición utilizando división de polinomios, factorización y fracciones parciales, sin encontrar los valores de las constantes planteadas (6 pts).

$$\frac{x^5}{x^4-1}$$

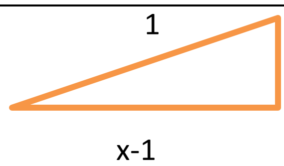
No.	Explicación	Operatoria
1	Lo primero que se hace es una división de polinomios para poder encontrar el polinomio equivalente.	$\begin{array}{r\|l} & x \\ \hline x^4-1 & x^5 \\ & \underline{-x^5+x} \\ & x \end{array}$

2	El polinomio equivalente queda de la forma :	$= x + \dfrac{x}{x^4+1}$
3	Al segundo término se le aplica factorización en el denominador.	$x + \dfrac{x}{(x^2-1)(x^2+1)}$ $x + \dfrac{x}{(x+1\,)(x-1)(x^2+1)}$
4	Se aplican fracciones parciales al segundo termino	$\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{x}+1} + \dfrac{B}{x-1} + \dfrac{Cx+D}{x^2+1}$
5	La expresión equivalente en fracciones parciales es :	$= x + \dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{x}+1} + \dfrac{B}{x-1} + \dfrac{Cx+D}{x^2+1}$

$$\boldsymbol{= x + \frac{\mathbf{A}}{\mathbf{x}+\mathbf{1}} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx+D}{x^2+1}}$$

1) Calcule (8pts c/u)

$$\int x\sqrt{2x-x^2}\,dx$$

1	Se reacomodan los términos dentro de la raíz para buscas una sustitución por medio del triángulo.	$\sqrt{2x-x^2}$ $\sqrt{-(x^2-2x)}$
2	Se hace una completacion de cuadrados	$\sqrt{-(x^2-2x+1-1)}$ $=\sqrt{1-(x-1)^2}$
3	Los lados del triángulo serán equivalente a:	 $\sqrt{1-(x-1)^{\wedge}2}$ $sen\theta = \sqrt{1-(x-1)^2}$ $\cos\theta + 1 = x$ $dx = -sen\theta d\theta$
4	La integral de sustituye por funciones trigonométricas equivalentes y queda de la forma	$\int(\cos\Theta+1) * sen\ \Theta * -sen\ \Theta\ d\Theta$
5	Se Multiplican y se obtienen dos integrales equivalentes	$\int -sen^2\theta cos\theta d\theta + \int -sen^2\theta\ d\theta$

6	Se encuentra la función equivalente de la segunda integral.	$\int -sen^2\theta cos\theta d\theta - \int (1-cos2\Theta)/2\ d\theta$
7	La primera integral sale de manera directa y la segunda se descompone en otras 2.	$-\frac{sen^3\theta}{3} - \int \frac{1}{2} d\theta + \frac{1}{2}\int \cos 2\theta\ d\theta$
8	Finalmente la segunda y tercera integral se encuentra de manera directa.	$-\frac{sen^3\theta}{3} - \frac{1}{2}\Theta + \frac{1}{2} sen\frac{2\Theta}{2} + c$
9	Se hace la sustitución ahora a la variable x, según se había planteado en el paso 3.	$= -\frac{1}{3}\left(\sqrt{1-(x-1)^2}\right)^3 - \frac{1}{2}\cos^{-1}(x-1) +$ ½ $\sqrt{1-(x-1)^2} * (x-1)$ +c

R/ $-\frac{1}{3}\left(\sqrt{\mathbf{1}-(\boldsymbol{x}-\mathbf{1})^2}\right)^3 - \frac{1}{2}\mathbf{cos}^{-1}(\boldsymbol{x}-\mathbf{1}) +$ ½ $\sqrt{\mathbf{1}-(\boldsymbol{x}-\mathbf{1})^2} * (\boldsymbol{x}-\mathbf{1})$ **+ c**

ii) $\int \sqrt{x} * \ln x\, dx$

1	En este caso se hace una integración por partes, estas se definen como.	$u = lnx \quad dv = x^{1/2}dx$ $du = \frac{1}{x}dx \quad v = \frac{x^{3/2}}{3/2}$
2	Se reescribe como uv - $\int vdu$	$= \frac{2}{3}x^{3/2} * \ln x - \frac{2}{3}\int x^{2/3} * \frac{1}{x}dx$
3	La segunda expresión se puede simplificar de la siguiente manera	$= \frac{2}{3}x^{3/2} * \ln x - \frac{2}{3}\int x^{1/2}dx$
4	Se integra el segundo término.	$= \frac{2}{3}x^{3/2} * \ln x - \frac{2}{3} * \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$
5	Por la ley de los extremos el segundo término aún puede simplificarse en:	$= \frac{2}{3}x^{3/2} * \ln x - \frac{4}{9} * x^{3/2} + c$

R/

$$= \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{x}^{\mathbf{3/2}} * \mathbf{ln}\,\boldsymbol{x} - \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}} * \boldsymbol{x}^{\mathbf{3/2}} + \boldsymbol{c}$$

iii) $\int \frac{\sec^4 \ln x}{x} dx$

1	En este caso se encuentra w y también dw.	$w = \ln x \qquad dw = \frac{1}{x}dx$
2	Se reescribe en términos de w	$= \int \sec^4 w\, dw$
3	Por ser secante y elevado a un número par se separa en dos secantes al cuadrado y se sustituye por otra identidad.	$= \int \sec^2 w * \sec^2 w\, dw$ Como; $\sec^2 w = \tan^2 w \ +1$ $\int (\tan^2 w \ +1) * \sec^2 w\, dw$
4	Se multiplican los términos por separado.	= $\int (\tan^2 w\ ) * \sec^2 w\, dw + \int \sec^2 w\, dw$
5	Se obtienen integrales directas :	$= \frac{1}{3}\tan^3 w + \tan w + c$
6	Finalmente se sustituye w= ln x	$= \frac{1}{3}\tan^3 \ln x + \tan \ln x + c$

R/

$$= \boldsymbol{\frac{1}{3}\tan^3 \ln x + \tan \ln x + c}$$

iv) $\int \frac{x^2+2}{x(x^2+2x+5)} dx$

1	En este caso se hace por fracciones parciales, al descomponerla se obtiene:	$\frac{x^2+2}{x(x^2+2x+5)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + \ C}{x^2 + 2x + 5}$
2	Se igualan los numeradores	$x^2 + 2 = A\ (x^2 + 2x + 5) + (Bx + C) * x$
3	Se evalúa la raíz x= 0	$2 = 5A$ → A= 2/5
4	Se igualan con los coeficientes de x cuadrado.	1 = A + B 1 = 2/5 +B B = 3/5
5	Se igualan los coeficientes de x.	$0 = 2A + C$ -C= 2 (2/5) + C → C= -4/5

6	Las integrales con los coeficientes encontrados se reescribe como:	$= \int \frac{2/5}{x}\, dx + \int \frac{\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}}{x^2+2x+5} dx$
7	La primera integral es de forma directa y de la segunda salen otras dos integrales para trabajarlas por separado.	$= \frac{2}{5}\ln x + \int \frac{\frac{3}{5}x}{x^2+2x+5} dx - \frac{4}{5}\int \frac{1}{x^2+2x+5} dx$
8	Se integra la primera integral que surge del paso 6.	$\int \frac{\frac{3}{5}x}{x^2+2x+5} dx = \frac{3}{10}\ln(x^2+2x+5) - \frac{3}{10}\tan^{-1}\frac{x+1}{2}$
9	Se integra la segunda integral que surge del paso 6.	$-\frac{4}{5}\int \frac{1}{x^2+2x+5} dx = -\frac{2}{5}\tan^{-1}\frac{x+1}{2}$
10	La integral resultante es	$=\frac{2}{5}\ln x - \frac{7}{10}\tan^{-1}\frac{x+1}{2} + \frac{3}{10}\ln(x^2+2x+5) + c$

R/

$$= \boldsymbol{\frac{2}{5}\ln x - \frac{7}{10}\tan^{-1}\frac{x+1}{2} + \frac{3}{10}\ln(x^2+2x+5) + c}$$

v) $\int \frac{\sqrt[4]{x+2}}{\sqrt{x+2}+1} dx$

1	Se busca hacer una sustitución de lo que se encuentra dentro.	$z^4 = x+2$ $x = z^4 - 2$ $dx = 4z^3 dz$
2	Se sustituye en la integral todo en términos de z	$\int \frac{(Z^4)^{1/4}}{(Z^4)^{1/2}+1} * 4Z^3 dZ$
3	Simplificando la integral esta queda de la siguiente forma	$\int \frac{4z^4}{z^2+1} dZ$
4	Esta se puede separar en dos términos semejantes e integrar por separado para parte.	$4(\int z^2 - 1 \ + \frac{1}{z^2+1})dZ$
5	Se integra cada una por separado para obtener la solución en términos de z.	$\int 4 * z^2 dz \ - 4\int dz + 4\int \frac{1}{z^2+1} dz$ $= 4 * \frac{z^3}{3} \ - 4z + \tan^{-1} z \ + c$
6	Se reescribe toda la expresión en los términos originales que son de X.	$= \frac{4}{3}(x+2)^{3/4} - 4(x+2)^{\frac{1}{4}} + 4\tan^{-1}(x+2)^{1/4} + c$

R/

$$= \frac{4}{3}(x+2)^{3/4} - 4(x+2)^{\frac{1}{4}} + 4\tan^{-1}(x+2)^{1/4} + c$$