CLAVE-107-1-M-1-00-2017

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO:	**Matemática Intermedia 1**
SEMESTRE:	**Primero**
CÓDIGO DEL CURSO:	**107**
TIPO DE EXAMEN:	**Primer Examen Parcial**
NOMBRE DEL AUXILIAR:	**Rodolfo Guzmán**
FECHA:	**19/07/2017**
COORDINADOR:	**Inga. Vera Marroquín**

Universidad de San Carlos de Guatemala | **Departamento de Matemática**
Facultad de Ingeniería | **Matemática Intermedia 1**
Escuela de Ciencias | **Primer Examen Parcial**

TEMARIO "A"

Tema No. 1 (10 Puntos)

Utilizando el método de eliminación de Gauss, encuentre la solución del siguiente problema:

Un teatro tienen 400 asientos, repartidas en asientos de orquesta, principales y de balcón. Los asientos de la zona de orquesta cuestan Q50, los de la zona principal Q45 y los del balcón Q40. Si se venden todas las entradas, el ingreso del teatro es de Q 18,000. Si se vende la quinta parte de los salones de orquesta, la tercera parte de los salones principales y la mitad de los salones de balcón, el ingreso es de Q6,000. Encuentre los asientos de cada zona o muestre que la información es insuficiente o incorrecta ya que es inconsistente. Razone su respuesta

Tema No. 2 (10 Puntos)

a) Sea **B** una matriz que se obtiene al intercambiar dos filas de la matriz **A,** luego de multiplicar una columna por un escalar k y sacarle la transpuesta, encuentre la relación entre el determinante de **A** y el determinante de **B.** (4 pts.)

b) Encuentre el determinante. **(indicando qué utilizó y todos los pasos seguidos):**

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 5 \end{vmatrix} \text{(6 pts.)}$$

Tema No. 3 (13 Puntos)

Dado:

$$\begin{aligned} x - y &= 4 \\ x - 2y &= -3 \end{aligned}$$

a) Encuentre la matriz inversa de la matriz de coeficientes de dos formas por:
   i) $(A|I) \rightarrow (I|A^{-1})$ ii) Por la Adjunta de A (por cofactores) (5 pts. c/u)

b) Encuentre la solución del sistema **utilizando la matriz inversa encontrada.** (3 pts.)

Tema No. 4 (12 puntos)

Cada una de las siguientes matrices, son matrices aumentadas. Encuentre la solución del sistema que representan si tiene una solución única o infinitas **(exprese de forma matricial),** nombre las incógnitas como lo desee.

a) $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \end{array}\right)$ b) $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ c) $\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{array}$

Tema No. 5 (9 puntos)

Determine los valores de K tal que el sistema de X & Y tenga: i) Sol. Única.

ii) Ninguna. iii) Infinitas soluciones. **Razone su respuesta.**

$$\begin{array}{rrcl} x & -ky & = & 0 \\ kx & -y & = & 0 \end{array}$$

<u>Tema No. 6 (46 puntos)</u>

a) Calcule la integral por los siguientes métodos: i) Integración por partes. ii) Sustitución trigonométrica.

$$\int \frac{2x^3}{\sqrt{x^2+4}}\,dx$$

(7 pts. c/u)

b) Calcule: (32 pts.)

i) $\displaystyle\int \frac{Sec^4 x}{Tan^6 x}$ ii) $\displaystyle\int \frac{(\boldsymbol{x}-\mathbf{1})^{\mathbf{2}}}{\sqrt{\mathbf{8}+\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}}}$

iii) $\displaystyle\int \boldsymbol{cos^3 x\, dx}$ iv) $\int \boldsymbol{e^{\sqrt{x}}}$ **dx**

(8 pts. c/u)

Universidad de San Carlos de Guatemala | **Departamento de Matemática**
Facultad de Ingeniería | **Matemática Intermedia 1**
Escuela de Ciencias | **Primer Examen Parcial**

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Tema 1: 10 puntos

Utilizando el método de eliminación de Gauss, encuentre la solución del siguiente problema:
Un teatro tienen 400 asientos, repartidas en asientos de orquesta, principales y de balcón. Los asientos de la zona de orquesta cuestan Q50, los de la zona principal Q45 y los del balcón Q40. Si se venden todas las entradas, el ingreso del teatro es de Q 18,000. Si se vende la quinta parte de los salones de orquesta, la tercera parte de los salones principales y la mitad de los salones de balcón, el ingreso es de Q6,000. Encuentre los asientos de cada zona o muestre que la información es insuficiente o incorrecta ya que es inconsistente. Razone su respuesta

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se formula un sistema de tres ecuaciones con los datos que nos da el problema, donde: a) equis es igual a la cantidad de asientos de orquesta en el teatro, b) ye a la de principales y c) zeta a la de balcón.	$x+y+z=400$ $50x+45y+40z=18000$ $10x+15y+20z=6000$
2.	Se escribe la matriz aumentada del sistema de ecuaciones.	$\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 400 \\ 50 & 45 & 40 & 18000 \\ 10 & 15 & 20 & 6000 \end{array}$.
3.	Se realizan dos operaciones de transformación: 1. Se sustituye la fila dos por la diferencia entre la fila dos anterior y cincuenta veces la fila uno. 2. Se sustituye la fila tres por la diferencia entre la fila tres anterior y diez veces la fila uno.	$\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 400 \\ 0 & -5 & -10 & -2000 \\ 0 & 5 & 10 & 2000 \end{array}$.
4.	Se sustituye la fila dos por el producto escalar entre la fila dos anterior y el inverso negativo de cinco para transformar su pivote en uno.	$\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 400 \\ 0 & 1 & 2 & 400 \\ 0 & 5 & 10 & 2000 \end{array}$.
5.	Se sustituye la fila tres por la diferencia entre la fila tres anterior y cinco veces la fila dos.	$\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 400 \\ 0 & 1 & 2 & 400 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$.

6.	Hemos transformado la matriz original en una matriz escalonada.	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 400 \\ 50 & 45 & 40 & 18000 \\ 10 & 15 & 20 & 6000 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 400 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
7.	Se escribe el sistema de ecuaciones asociado a la matriz escalonada obtenida.	$x - z = 0$ $y + 2\,z = 400$ $0 = 0$
8.	Debido a que el nuevo sistema posee tres variables, dos ecuaciones variables, una ecuación siempre verdadera. Se concluye que tiene infinitas soluciones.	
9.	Analizando el enunciado del problema se atribuye la causa a que la información es insuficiente.	

R./ La información es insuficiente, porque el sistema tiene infinitas soluciones.

Tema 2: 10 puntos

a) Sea **B** una matriz que se obtiene al intercambiar dos filas de la matriz **A,** luego de multiplicar una columna por un escalar k y sacarle la transpuesta, encuentre la relación entre el determinante de **A** y el determinante de **B.**

No.	Explicación	Operatoria
1.	Escribimos la matriz A en una forma general.	$\begin{array}{ccccc} a11 & a12 & a13 & \dots & a1m \\ a21 & a22 & a23 & \dots & a2m \\ a31 & a32 & a33 & \dots & a3m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ an1 & an2 & an3 & \dots & anm \end{array}$.
2.	Multiplicamos una de sus columnas por un escalara k. (Se decidió arbitrariamente utilizar la columna tres.)	$\begin{array}{ccccc} a11 & a12 & (k)a13 & \dots & a1m \\ a21 & a22 & (k)a23 & \dots & a2m \\ a31 & a32 & (k)a33 & \dots & a3m \\ \dots & \dots & (k)\dots & \dots & \dots \\ an1 & an2 & (k)an3 & \dots & anm \end{array}$.
3.	Obtenemos la transpuesta de la matriz.	$\begin{array}{ccccc} a11 & a21 & a31 & \dots & an1 \\ a12 & a22 & a32 & \dots & an2 \\ (k)a13 & (k)a23 & (k)a33 & (k)\dots & (k)an3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a1m & a2m & a3m & \dots & anm \end{array}$.
4.	Intercambiamos dos filas de la matriz. (Se decidió arbitrariamente utilizar las filas dos y tres.) Este resultado es igual a la matriz B.	$\begin{array}{ccccc} a11 & a21 & a31 & \dots & an1 \\ (k)a13 & (k)a23 & (k)a33 & (k)\dots & (k)an3 \\ a12 & a22 & a32 & \dots & an2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a1m & a2m & a3m & \dots & anm \end{array}$.
5.	El determinante de la matriz A es igual a la suma de los productos entre los elementos de una de sus columnas o filas y sus respectivos cofactores. (Utilizaremos la columna tres para calcularlo.)	$\|A\| = \sum_{i=1}^{n} a_{i3} \times c_{i3}$
6.	El determinante de la matriz B es igual a la suma de los productos entre los elementos de una de sus columnas o filas y sus respectivos cofactores. (Utilizaremos la fila dos	$\|B\| = \sum_{j=1}^{n} b_{2j} \times c_{2j}$

	para calcularlo.)	
7.	Se observa que los elementos de la fila dos de la matriz B son iguales al producto entre los elementos de la columna dos de la matriz A y el escalar k.	$b_{2j} = k(a_{i3})$
8.	Se observa que los cofactores de la fila dos de la matriz B son iguales a los negativos de los cofactores de la matriz A.	$c_{B_{2j}} = -c_{A_{i3}}$
9.	Por tanto, el determinante de B es igual al negativo del producto entre el escalar k y el determinante de A.	$\|B\| = \sum_{i=1}^{n} k(a_{i3}) \times (-c_{A_{i3}})$ $= -k \sum_{i=1}^{n} a_{i3} \times c_{i3}$ $= -k\|A\|$

R./ $|B| = -k|A|$

b) Encuentre el determinante.

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 5 \end{vmatrix}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se tiene la matriz.	$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 5 \end{vmatrix}$
2.	Se sustituye la fila cuatro por la diferencia entre la fila cuatro y la fila uno, con el objetivo de obtener una matriz que posea una columna con sólo un elemento distinto de cero.	$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & -7 & 2 \end{vmatrix}$
3.	Se selecciona la columna dos para calcular el determinante por el método de cofactores.	
4.	Se obtiene el menor del elemento uno coma dos.	$\begin{vmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ -3 & -7 & -2 \end{vmatrix} = 100 - 52 - 8 = 40$
5.	Se obtiene el cofactor del mismo elemento.	$(-1)^{(1+2)}(40) = -40$

6.	Se multiplica el cofactor calculado por el elemento respectivo.	$(-40)(4) = -160$
6.	El resto de elementos de la columna son iguales a cero, así que su producto final será igual a cero.	0
7.	El determinante de la matriz es igual a la suma de los productos de los elementos de una columna y sus cofactores respectivos.	$-160 + 0 + 0 + 0 = -160$

R./ El determinante de la matriz es **-160**.

Tema 3: 13 puntos
Dado:

$$\begin{array}{ccccc} x & - & y & = & 4 \\ x & - & 2y & = & -3 \end{array}$$

c) Encuentre la matriz inversa de la matriz de coeficientes de dos formas:

i) $(A|I) \rightarrow (I|A^{-1})$.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se escribe la matriz de coeficientes al lado de una matriz identidad.	$\left[\begin{array}{cc\|cc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right]$
2.	Se sustituye la fila dos por la diferencia entre las dos filas.	$\left[\begin{array}{cc\|cc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right]$
3.	Se sustituye la fila dos por el negativo de la misma.	$\left[\begin{array}{cc\|cc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{array}\right]$
4.	Se sustituye la fila uno por la suma entre las dos filas.	$\left[\begin{array}{cc\|cc} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{array}\right]$
5.	Ésta es la matriz inversa de la matriz de coeficientes.	$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

R./

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

ii) Por la adjunta de A (cofactores).

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se calcula el determinante de A.	$\|A\| = (1)(-2) - (1)(-1) = -1$

2. 2.	Se calculan los cofactores de A.	$c_{11} = -2$ $c_{12} = -1$ $c_{21} = 1$ $c_{22} = 1$
3.	Se escribe la matriz de cofactores.	$\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$
4.	Se multiplica la transpuesta de la matriz de cofactores por el determinante de A y se obtiene la matriz inversa de A.	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

R./ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

d) Encuentre la solución del sistema utilizando la inversa encontrada.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se multiplica la matriz inversa por el vector de términos constantes.	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \mathrm{X} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$
2.	El resultado es la solución.	$\begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$

R./ $x = 11$ $y = 7$

Tema 4: 12 puntos
Cada una de las siguientes matrices, son matrices aumentadas. Encuentre la solución del sistema que representan si tiene una solución única o infinitas **(exprese de forma matricial),** nombre las incógnitas como lo desee.

a)
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \end{array}\right)$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se escribe el sistema de ecuaciones.	$1\,x - 1\,y + 0\,z - 1\,w = 1$ $0\,x + 0\,y + 1\,z + 0\,w = 3$
2.	Se simplifica el sistema de ecuaciones.	$x - y - w = 1$ $z = 3$
3.	Se identifica que el sistema tiene infinitas soluciones, porque se tienen cuatro incógnitas y sólo dos ecuaciones.	
4.	El valor de zeta es tres.	$z = 3$
5.	Se asignan variables paramétricas a ye y a doble ve.	$y = a$ $w = b$
6.	Se define equis en términos de las variables paramétricas.	$x = 1 + a + b$
7.	Se escribe la respuesta en forma matricial.	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + a\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

R./

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + a\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b)

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se escribe el sistema de ecuaciones.	$1\,x + 2\,y = 3$ $0\,x + 1\,y = 1$ $0\,x + 0\,y = 0$
2.	Se simplifica el sistema de ecuaciones.	$x + 2y = 3$ $y = 1$
3.	Se identifica que el sistema tiene una única solución.	
4.	El valor de ye es uno.	$y = 1$
5.	Se sustituye ye por su valor en la primera ecuación y se despeja equis.	$x + 2(1) = 3$ $x = 1$
6.	Se escribe la respuesta en forma matricial.	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

R./

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c)

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{array}\right]$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se escribe el sistema de ecuaciones.	$1\,x + 0\,y = 4$ $0\,x + 1\,y = 2$ $0\,x + 0\,y = -1$
2.	Se simplifica el sistema de ecuaciones.	$x = 4$ $y = 2$ $0 = -1$
3.	Se identifica que el sistema no tiene solución, porque sin importar los valores de equis y ye la tercera ecuación siempre será falsa.	

R./

No tiene solución.

Tema 5: 9 puntos

Determine los valores de K tal que el sistema de X & Y tenga

i) Solución única
ii) Ninguna
iii) Infinitas soluciones

$$\begin{aligned} x \quad -ky &= 0 \\ kx \quad -y &= 0 \end{aligned}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se encuentra el determinante de la matriz por el método de cofactores.	$\lvert A \rvert = 0$ $\lvert A \rvert = \begin{vmatrix} 1 & -k \\ k & -1 \end{vmatrix} = -1 + k^2$
2.	Se resuelven las raíces para k.	$k^2 - 1 = 0$ $k = \pm 1$

R./

I) Única solución para cualquier k ≠ ±1
II) Es un sistema homogéneo, no es posible que no tenga solución en ningún k.
III) Infinitas soluciones para k = ±1.

Tema 6: 46 puntos

a) Calcule la integral por los siguientes métodos
   I) integración por partes
   II) sustitución trigonométrica

$$\int \frac{2x^3}{\sqrt{x^2+4}}dx$$

I) integración por partes

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se aplica la integral por partes	$u = x^2 \qquad dv = \frac{2xdx}{\sqrt{x^2+4}}$ $du = x \qquad v = 2\sqrt{x^2+4}$
2.		$2x^2\sqrt{x^2+4} - \int 2\sqrt{x^2+4}\,2xdx$
3.	Se termina de integrar la función	$2x^2\sqrt{x^2+4} - 2\frac{(x^2+4)^{3/2}}{3/2}$ +C
4.	Se simplifica la expresión.	$\frac{2}{3}\sqrt{x^2+4}(3x^2-2x^2-8)+c$ =

R./

$$\frac{2}{3}\sqrt{x^2+4}\,(x^2-8)+c$$

Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ciencias

Departamento de Matemática
Matemática Intermedia 1
Primer Examen Parcial

II) integral por sustitución trigonométrica

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se aplica la regla del triangulo	$\tan \emptyset = \frac{x}{2}$
2.	Se sustituye x en términos de Ø	$x = 2\tan \emptyset$ $dx = 2sec^2\emptyset$
3.	Se aplica la sustitución	$\int \frac{2x^3}{\sqrt{x^2+4}} dx$
4.	Se simplifica la expresión reduciendo los términos semejantes.	$\int \frac{2(2\tan \emptyset)}{2\sec \emptyset} 2sec^2\emptyset$
5.	Se transcribe la ecuación para poder integrar la función	$16\int tan^2\emptyset \tan \emptyset \sec \emptyset d\emptyset$
6.	Se utiliza sustitución trigonométrica	$16\int (sec^2\emptyset - 1)\ \tan \emptyset \sec \emptyset\ d\emptyset$
7	Se resuelve la integral	$16\frac{sec^3\emptyset}{3} - 16\ \sec \emptyset + c$

8	Se deja la función en términos de x	$\frac{16}{3}\frac{(x^2+4)^{3/2}}{8} - \frac{16}{2}(x^2+4)^{1/2} + C$
9	Se simplifica el resultado	$\frac{2}{3}(x^2+4)^{3/2} - 8(x^2+4)^{1/2} + c$ $\frac{2}{3}(x^2+4)^{1/2}(x^2+4-12) + c$

R//

$$\frac{2}{3}(x^2+4)^{1/2}(x^2-8) + c$$

B)

Resolver:

I) $\int \frac{Sec^4\, x}{Tan^6 x} \text{dx}$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Transcribir la función.	$\int \frac{sec^2\, x\, sec^2\, x}{tan^6 x}\, dx$
2.	Utilizar una sustitución trigonométrica	$\int \frac{(tan^2\, x + 1)\, sec^2\, x}{tan^6 x}\, dx$
3.	Expandir la función a integrar	$\int \frac{sec^2\, x}{tan^4 x}\, dx + \int \frac{sec^2\, x}{tan^6 x}\, dx$
4.	Integrar la función.	$\frac{(tan\, x)^{-3}}{-3} + \frac{(tan\, x)^{-5}}{-5} + C$

R./

$$\frac{(tan\, x)^{-3}}{-3} + \frac{(tan\, x)^{-5}}{-5} + C$$

II)

$$\int \frac{\boldsymbol{(x-1)^2}}{\boldsymbol{\sqrt{8+2x-x^2}}}$$

1.	Se aplica la regla del triangulo	$sen\,\emptyset = \dfrac{x-1}{3}$
2.	Se sustituye x en términos de Ø y se deriva	$x = 1 + 3\,sen\,\emptyset$ $dx = 3cos\emptyset\,d\emptyset$
3.	Se aplica la sustitución y se simplifica la expresión reduciendo los términos semejantes.	$\int \dfrac{(3sen\emptyset)^2 3cos\emptyset}{3cos\emptyset}\,d\emptyset$ $\int 9sen^2\emptyset\,d\emptyset$ $9\int sen^2\emptyset\,d\emptyset$
4.	Se hace sustitución trigonométrica	$9\int \dfrac{1-cos2\emptyset}{2}\,d\emptyset$
5	Se integra la función	

		$\frac{9}{2}\emptyset - \frac{9}{4}\ sen2\emptyset + c$
6	Se encuentra $\emptyset\ en\ terminos\ de\ x$	$sen\ \emptyset = \frac{x-1}{3}$ $\emptyset = \sin^{-1}\frac{x-1}{3}$
7	Se sustituye en términos de Ø la integral solucionada	$\frac{9}{2}(\sin^{-1}\frac{x-1}{3}) - \frac{9}{2}\ sen\ 2(\sin^{-1}\frac{x-1}{3}) + c$

R./

$$\frac{9}{2}(\sin^{-1}\frac{x-1}{3}) - \frac{9}{2}\ sen\ 2(\sin^{-1}\frac{x-1}{3}) + c$$

III)

$$\int \boldsymbol{cos^3 x\, dx}$$

No.	Explicación	Operación
1	Transcribir la función.	$\int cos^2 x \cos x\, dx$
2	Utilizar sustitución trigonométrica.	$\int (1 - sen^2 x) \cos x\, dx$
3	Integrar la función	$sen\ x - \frac{sen^3 x}{3}$ + c
4	Sustituyendo datos	$\mathrm{a} = \frac{5\ \mathrm{m} * \mathrm{Sen}(48°)}{\mathrm{Sen}(100°)}$ $\mathrm{a} = 3.77\ \mathrm{m}$

R//

$$sen\ x - \frac{sen^3 x}{3} + C$$

IV) $\int e^{\sqrt{x}}$ **dx**

No.	Explicación	Operación
1	Sustituir x por una constante.	$w = \sqrt{x}$ $x = w^2$
2	Derivar la sustitución.	$dx = 2w\, dw$
3	Sustituir las variables	$\int e^w \, 2\text{w dw}$
4	Se integra por partes	$u = 2w \qquad dv = e^w$ $du = 2 \qquad \text{v} = e^w$ $2we^w - 2\int e^w dw =$ $2we^w - 2e^w$
5	Sustituir la función en términos de x	$2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} - 2e^{\sqrt{x}} + c$

R//

$$2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} - 2e^{\sqrt{x}} + c$$