

Ejercicios sobre volúmenes por capas cilíndricas

En los ejercicios 1 a 20 utilice el método de capas cilíndricas para obtener el volumen del sólido que se describe en cada problema

1. Hallar el volumen del sólido generado al girar la región limitada por las gráficas de las ecuaciones $x = y^2$, $y = 4$ y el eje y , alrededor del eje y .
2. Hallar el volumen del sólido generado al girar la región limitada por las gráficas de las ecuaciones $x = y^2$, $y = 4$ y el eje y , alrededor del eje x .
3. Hallar el volumen del sólido generado al girar la región limitada por las gráficas de las ecuaciones $x = y^2$, $y = 4$ y el eje y , alrededor de la recta $x = 2$.
4. Hallar el volumen del sólido generado al girar la región limitada por las gráficas de las ecuaciones $x = y^2$, $y = 4$ y el eje y , alrededor de la recta $y = 4$.
5. Cierta región del plano está acotada por la recta $y = x$ y por la curva $y^2 = 6 - x$. Calcule el volumen del sólido generado al rotar la región alrededor de la recta $x = 6$.
6. Un sólido de revolución se genera al rotar la región limitada por $y = x$, $x = 1$ y el eje x alrededor de $y = -1$.
 - a. Esboce el sólido de revolución.
 - b. Dibuje el elemento diferencial de volumen.
 - c. Plantee la integral de volumen del sólido y determine el volumen.
7. Utilizando el método de cortezas cilíndricas determine el volumen del sólido que se genera al rotar en torno a la recta $x = \pi$, la región limitada por las curvas $y = \sin x$, $y = \cos x$, la recta $x = \frac{\pi}{4}$ y el eje y .
8. Calcule el volumen del sólido de revolución que se obtiene al rotar alrededor de la recta $y = -2$ la región limitada por la curva $y = \frac{1}{x^2}$, las rectas $x = 1$, $x = 3$ y el eje x .
9. Se desea calcular el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar alrededor del eje x la región en el primer cuadrante limitada por la elipse $2x^2 + 3y^2 = 12$, la recta $x = 1$ y el eje x .
 - a. Dibuje la región,
 - b. Dibuje y establezca las dimensiones del elemento diferencial de volumen y,
 - c. Plantee la integral definida de volumen y calcule dicho volumen.
10. Encuentre el volumen del sólido que se genera al rotar en torno a la recta $x = -2$, la región limitada por las curvas: $y = 3x^2$ & $y = 16 - x^2$
11. Encuentre el volumen del sólido de revolución generado al rotar el área, limitada por la recta $y = \frac{1}{2}x$ y por la curva $y = \sqrt{x}$, alrededor de la recta $x = 4$.
12. Sea \mathcal{R} la región limitada por las curvas: $x + y = 0$ & $y = x^2 + 3x$
 - a. Grafique la región indicada.
 - b. Calcule el volumen obtenido al girar la región \mathcal{R} alrededor del eje y .

13. Encuentre el volumen del sólido obtenido al rotar alrededor de la recta $y = 1$ la región limitada por las gráficas de:

$$y = \sqrt{x} \quad \& \quad y = x^2$$

14. La región limitada por las gráficas de $y = (x - 3)^2$ y la recta $y = 4$ se gira alrededor del eje y .

a. Representar gráficamente la región indicada.

b. Calcule el volumen del sólido utilizando el método de capas cilíndricas.

15. Encuentre el volumen del sólido que se genera cuando la región limitada por la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$, se gira alrededor de la recta $x = 2$.

16. Encuentre el volumen del sólido obtenido al hacer girar la región delimitada por las curvas $x = y^2$ & $x = 2 - y^2$, alrededor de la recta $y = -2$.

17. Calcule, el volumen del sólido que se genera al hacer rotar en torno al eje y , la región que se encuentra en el primer cuadrante del sistema coordenado y limitada por las curvas

$$x^2 + y^2 = 16 \quad \text{y} \quad \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

18. Un sólido es obtenido al rotar la región limitada por las gráficas de $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$ alrededor de la recta $x = k$ donde $k > 1$. Encuentre el valor de la constante k si el volumen del sólido es de $\frac{21}{10}\pi \text{ cm}^3$

19. Sea R_1 la región limitada por $y = x^2$, $y = 0$, $x = b$, donde $b > 0$. Sea R_2 la región limitada por $y = x^2$, $x = 0$, $y = b^2$.

Determinar el valor de b tal que R_1 genere el mismo volumen cuando gira alrededor del eje x que cuando gira alrededor del eje y .

20. Aplicando el método de las capas cilíndricas, hallar el valor de la constante positiva k , tal que el sólido obtenido al rotar alrededor de la recta $x = 2k$, la región limitada por las gráficas de: $y = x^2$, $y = -x^2$, $x = k$. Tenga un volumen de $\frac{5\pi}{3} \text{ cm}^3$