

PROBLEMA RESUELTO 4

Resuelva el sistema de ecuaciones por el método de Gauss-Jordan

$$x_1 - 3x_2 - 4x_3 - x_4 = 2$$

$$x_1 - 2x_2 - 4x_3 - x_4 = -1$$

$$2x_1 - 7x_2 - 8x_3 - 2x_4 = 7$$

Solución

El primer paso en cualquiera de los es escribir la matriz aumentada del sistema, que consiste en agregar a la matriz de coeficientes una columna con los términos independientes

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & -4 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -4 & -1 & -1 \\ 2 & -7 & -8 & -2 & 7 \end{array} \right]$$

Haciendo cero el 1 y el 2 por debajo el pivote de la primera fila

$$\mathbf{F1} \times (-1) + \mathbf{F2} \rightarrow \mathbf{F2}$$

$$\mathbf{F1} \times (-2) + \mathbf{F3} \rightarrow \mathbf{F3}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & -4 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 3 \end{array} \right]$$

Ahora con el primer uno de la segunda fila hay que hacer cero los números por arriba y por debajo del él

$$\mathbf{F2} \times (3) + \mathbf{F1} \rightarrow \mathbf{F1}$$

$$\mathbf{F2} \times (1) + \mathbf{F3} \rightarrow \mathbf{F3}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -4 & -1 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

La matriz anterior es escalonada y reducida. El sistema equivalente de ecuaciones resultante es

$$\begin{array}{rcl} x_1 & -4x_3 - x_4 & = -7 \\ x_2 & & = -3 \end{array}$$

Como el sistema tiene 4 incógnitas y dos ecuaciones, hay dos variables arbitrarias. La solución del sistema puede expresarse como

$$x_1 = -7 + 4x_3 + x_4$$

$$x_2 = -3$$

$$x_3 = x_3$$

$$x_4 = x_4$$

En donde x_3 y x_4 pueden tomar cualquier valor.

Matricialmente la solución puede expresarse como

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_4$$
