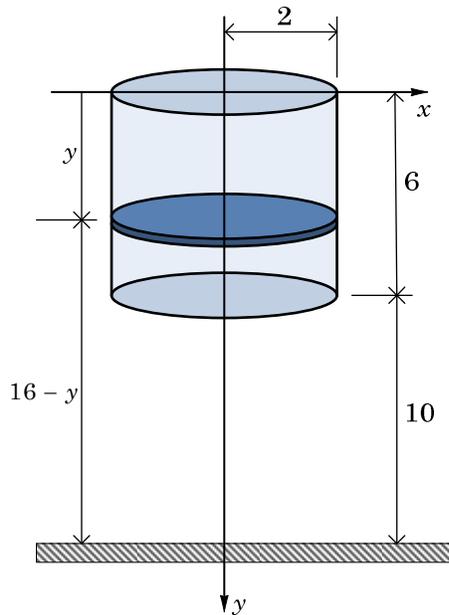


PROBLEMA RESUELTO 4

Un depósito para almacenar agua tiene la forma de un cilindro circular recto de 2 pies de radio y 6 pies de altura. El depósito se encuentra colocado sobre el techo de una casa a 10 pies de altura sobre el nivel del suelo. Calcule el trabajo realizado al llenar el depósito por medio de una bomba que se encuentra al nivel del suelo.

Solución

La figura muestra el depósito con el origen en la parte superior del mismo y con el eje y positivo hacia abajo.



El trabajo al llenar o vaciar un depósito está dado por

$$W = \int_a^b dw = \int_a^b \rho D dv$$

ρ es peso por unidad de volumen para el agua, para este problema se tomará

$$\rho = 62 \frac{\text{lib}}{\text{pie}^3}$$

D es la distancia que tiene que recorrer el diferencial desde el punto de bombeo hasta su posición final expresada en términos de la variable de integración y

$$D = 16 - y$$

El diferencial de volumen se obtiene de la forma del depósito, en este problema el depósito es un cilindro, por lo que el diferencial de volumen es un disco de ancho dy y de radio constante 2.

$$\begin{aligned} dv &= \pi r^2 dy \\ &= \pi(2)^2 dy \\ &= 4\pi dy \end{aligned}$$

Los límites de integración se obtienen del volumen de agua que se bombeará al depósito. Como el depósito será llenado por completo los límites de integración son de 0 a 6 ya que el origen está en la parte superior del depósito ($y = 0$) y la parte inferior del depósito está en $y = 6$

El trabajo es entonces

$$\begin{aligned}W &= \int_0^6 \rho D dv \\W &= \int_0^6 62(16 - y)(4dy) \\&= 248 \int_0^6 (16 - y)dy \\&= 248 \left(16y - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^6 \\&= 248 \left(16(6) - \frac{(6)^2}{2} \right) - 0 \\&= 248(78) \\&= 19344\end{aligned}$$

El trabajo realizado para llenar el depósito es de 19,344 libras-pie
