UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE 103-2-M-2-12-2017

CURSO:	**Matemática Básica 2**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**103**
TIPO DE EXAMEN:	**Segundo parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**18 de diciembre del 2017**
PERSONA QUE ELABORÓ LA CLAVE:	**María José Alburez García**
PERSONA QUE REVISÓ LA CLAVE:	**Ing. Miguel Castillo**

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA — Lunes 18/12/2017
FACULTAD DE INGENIERÍA — TEMARIO A02
MATEMÁTICA BÁSICA 2

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

TEMA No. 1: (20 puntos)

Trace la gráfica de la función f(x), la cual es continua en todos los reales y que cumple con las condiciones que se indican a continuación:

$$f(-2) = 4;\ f(4) = -2;\ f(0) = 2\ \ f'(0) = f'(4) = 0\ \ f'(x) > 0$$
$$f(-4) = f(2) = f(6) = 0\ \ f''(0) = f''(2) = 0\ \ Para\ x_E(-\infty, -2)U(4, +\infty)$$
$$f''(x) < 0\ Para\ x_E(0{,}2) \qquad \lim_{x\to-\infty} f(x) = -3$$

Trace la gráfica de la función, indicando claramente: a) coordenadas de los vértices; b) coordenadas de los puntos de inflexión; c) indique los valores de los máximos y mínimos relativos, así como de los máximos y mínimos absolutos, si los tuviera; d) las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales, si tuviera; e) ¿en qué punto la función no es diferenciable?

TEMA No. 2: (45 puntos)

Determine la derivada de la función dada en las literales a) y b).

a) $f(x) = sen^{-1}(3^{2x})$
b) $g(x) = \log_5[\sec(x^2)]$

TEMA No. 3: (20 puntos)

Un depósito tiene la forma de un cono recto circular invertido (el vértice en la parte inferior), con 3 metros de altura y 2 metros de diámetro. El depósito está lleno inicialmente, pero tiene una fuga por el vértice perdiendo agua a un flujo de 3 metros cúbicos por hora. Determine: a) la razón de cambio de la altura del nivel de agua en el momento en que esta altura es de 2 metros; b) en ese mismo momento, ¿cuál es la razón de cambio del radio?

TEMA No. 4: (15 puntos)

Encuentre el valor del siguiente límite:

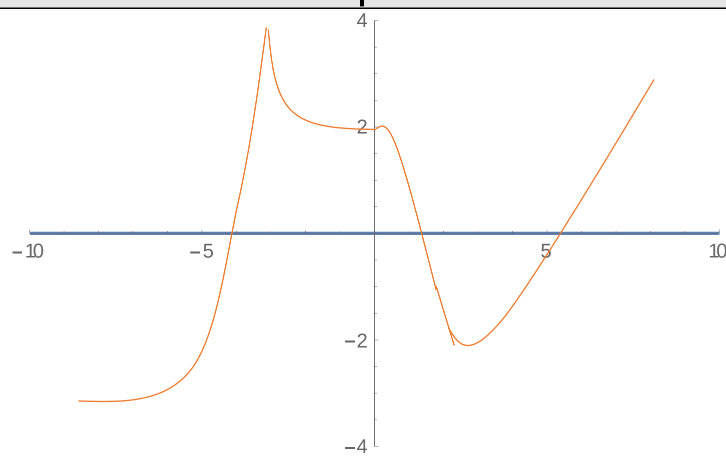
$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{6}}{x-2}$$

TEMA 1

Trace la gráfica de la función f(x), la cual es continua en todos los reales y que cumple con las condiciones que se indican a continuación:

$$f(-2) = 4;\ f(4) = -2;\ f(0) = 2\ \ f'(0) = f'(4) = 0\ \ f'(x) > 0$$
$$f(-4) = f(2) = f(6) = 0\ \ f''(0) = f''(2) = 0\ \ Para\ x_E(-\infty, -2)U(4, +\infty)$$
$$f''(x) < 0\ Para\ x_E(0{,}2) \qquad \lim_{x\to-\infty} f(x) = -3$$

Trace la gráfica de la función, indicando claramente: a) coordenadas de los vértices; b) coordenadas de los puntos de inflexión; c) indique los valores de los máximos y mínimos relativos, así como de los máximos y mínimos absolutos, si los tuviera; d) las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales, si tuviera; e) ¿en qué punto la función no es diferenciable?

#	Descripción	Operación
1.	Se elabora la gráfica.	
2.	Se establecen los vértices, puntos de inflexión, máximos y mínimos, asíntotas y puntos donde la función no es diferenciable.	Vértices: V1(-2,4) y V2(4,-2) Puntos de inflexión: PI1(0,2) y PI2(2,0) Máximo relativo: Ymáx=4 Mínimo relativo: Ymín=-2 Asíntota horizontal: Y=-3 La derivada no existe en X=-2

TEMA 2

Determine la derivada de la función dada en las literales a) y b).

a) $f(x) = sen^{-1}(3^{2x})$

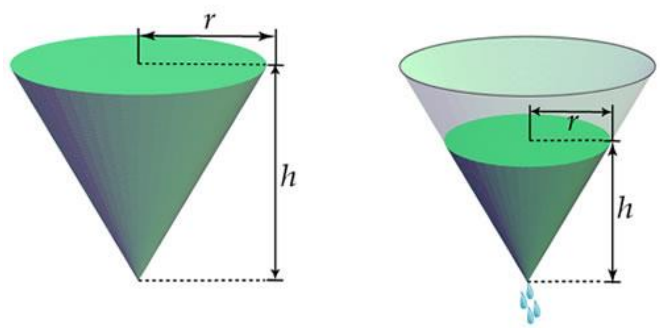
#	Descripción	Operación
1.	Se utiliza la regla de la cadena para derivar.	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-(3^{2x})^2}} * \ln(3)\, 3^{2x} * 2$
2.	Se simplifica la expresión.	$f'(x) = \frac{2\ln(3)\, 3^{2x}}{\sqrt{1-(3^{2x})^2}}$

b) $g(x) = \log_5[\sec(x^2)]$

#	Descripción	Operación
1.	Se utiliza la regla de la cadena para derivar.	$g'(x) = \frac{1}{\ln(5)\sec(x^2)} * \sec(x^2)\tan(x^2) * 2x$
2.	Se simplifica la expresión.	$g'(x) = \frac{2}{\ln(5)} x \tan(x^2)$

TEMA 3

Un depósito tiene la forma de un cono recto circular invertido (el vértice en la parte inferior), con 3 metros de altura y 2 metros de diámetro. El depósito está lleno inicialmente, pero tiene una fuga por el vértice perdiendo agua a un flujo de 3 metros cúbicos por hora. Determine: a) la razón de cambio de la altura del nivel de agua en el momento en que esta altura es de 2 metros; b) en ese mismo momento, ¿cuál es la razón de cambio del radio?

#	Descripción	Operación
1.	Se realiza un dibujo que represente el problema.	
2.	Se encuentra la relación entre "r" y "h".	$\frac{r}{h}=\frac{1}{3}$ $r=\frac{h}{3}$
3.	Se plantea la ecuación de volumen de agua en el depósito y se deja todo en términos de "h".	$V=\frac{\pi}{3}r^2h$ $V=\frac{\pi}{3}\left(\frac{h}{3}\right)^2h$ $V=\frac{\pi}{27}h^3$
4.	Se deriva el volumen respecto al tiempo y se despeja para dh/dt.	$\frac{dV}{dt}=\frac{\pi}{9}h^2\frac{dh}{dt}$ $\frac{dh}{dt}=\frac{9}{\pi h^2}\frac{dV}{dt}$
5.	Se sustituyen valores para obtener la razón de cambio de la altura del nivel de agua.	$\frac{dh}{dt}=\frac{9}{\pi(2)^2}(-3)=-2.149$
6.	Se deriva el radio respecto al tiempo.	$\frac{dr}{dt}=\frac{1}{3}\frac{dh}{dt}$
7.	Se sustituyen valores para obtener la razón de cambio del radio respecto al tiempo.	$\frac{dr}{dt}=\frac{1}{3}(-2.149)=-0.716$

TEMA 4

Encuentre el valor del siguiente límite:

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{6}}{x-2}$$

#	Descripción	Operación
1.	Se evalúa la función con x=2.	$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{6}}{x-2} = \frac{\sqrt{2+4}-\sqrt{6}}{2-2} = \frac{0}{0}$ $\boxed{\text{Forma indeterminada}}$
2.	Ya que se obtuvo una forma indeterminada, se debe manipular la función. Se multiplica por $\sqrt{x+4}+\sqrt{6}$ para completar una diferencia de cuadrados.	$\frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{6}}{x-2} * \frac{\sqrt{x+4}+\sqrt{6}}{\sqrt{x+4}+\sqrt{6}} = \frac{x+4-6}{(x-2)\left(\sqrt{x+4}+\sqrt{6}\right)} =$ $\frac{x-2}{(x-2)\left(\sqrt{x+4}+\sqrt{6}\right)} = \frac{1}{\left(\sqrt{x+4}+\sqrt{6}\right)}$
3.	Evaluando el límite, se obtiene el resultado.	$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{6}}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{1}{\left(\sqrt{x+4}+\sqrt{6}\right)} = \frac{1}{\left(\sqrt{2+4}+\sqrt{6}\right)} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$