UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-103-2-V-2-00-2015

CURSO:	**Matemática Básica 2**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**103**
TIPO DE EXAMEN:	**Segundo Examen Parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**18 de septiembre de 2015**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Victor Donis García**
REVISÓ EL EXAMEN:	**Inga. Silvia Hurtarte**
DIGITALIZO EL EXAMEN:	**Victor Donis García**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

TEMARIO UNICO

TEMA 1 (16 PUNTOS).

Usando derivación logarítmica obtener y' de:

a) $y = \dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{\tan x}(1+x^2)^5$

b) $y = \sqrt{x}^{\sqrt{x}}$

TEMA 2 (12 PUNTOS).

Si el radio de una esfera es de 6 m con un margen de error de 0.002 m, aproximar usando diferenciales el máximo error posible al calcular su volumen y área superficial.

TEMA 3 (16 PUNTOS).

Obtener el siguiente límite usando la regla de L´Hospital donde sea válido y necesario:

$$\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\tan x}$$

TEMA 4 (20 PUNTOS).

Una partícula se desplaza a lo largo de la curva $y = \sqrt{x}$. Cuando pasa por el punto (4,2), su coordenada x se incrementa a razón de 3 cm/s, ¿qué tan rápido cambia la distancia de la partícula al origen en ese instante?

TEMA 5 (20 PUNTOS).

Escriba la ecuación de la recta que pasa por el punto (3,4) y forma con los ejes coordenados en el cuadrante I un triángulo de área mínima.

TEMA 6 (16 PUNTOS).

Trace la gráfica de una función que satisface las condiciones dadas:

$f(0) = 0, f'(-2) = f'(1) = f'(9) = 0;\ \lim_{x\to\infty} f(x) = 0, \quad \lim_{x\to 6} f(x) = -\infty,$

$f'(x) < 0$ sobre $(-\infty,-2)$, $(1,6)$ y $(9,\infty)$; $f'(x) > 0$ sobre $(-2,1)$ y $(6,9)$

$f''(x) > 0$ sobre $(-\infty,0)$ y $(12,\infty)$; $f''(x) < 0$ sobre $(0,6)$ y $(6,12)$

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

TEMA 1 (16 PUNTOS).

Usando derivación logarítmica obtener y' de:

a) $y = \dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{\tan x}(1+x^2)^5$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Primero se aplica logaritmo natural (Ln) en ambos lados de la expresión.	$Ln(y) = Ln\left(\dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{\tan x}(1+x^2)^5\right)$
2.	Utilizando las propiedades de los logaritmos y al aplicarse para el producto de argumentos se obtiene la siguiente expresión.	$Ln(y) = Ln\left(\dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{\tan x}\right) + Ln(1+x^2)^5$
3.	Aplicando nuevamente las propiedades de los logaritmos, ahora para la división de argumentos. Se puede reescribir de la siguiente forma.	$Ln(y) = Ln\left(x^{\frac{1}{3}}\right) - Ln(\tan x) + Ln(1+x^2)^5$
4.	Usando la propiedad logarítmica para argumentos con exponentes, se obtiene la expresión.	$Ln(y) = \dfrac{1}{3}Ln(x) - Ln(\tan x) + 5\,Ln(1+x^2)$
5.	Ahora usando derivación logarítmica, se encuentra la expresión matemática.	$\dfrac{y'}{y} = \dfrac{1}{3x} - \sec x * \csc x + \dfrac{10x}{1+x^2}$
6.	Despejando y´ y sabiendo que $y = \frac{x^{\frac{1}{3}}}{\tan x}(1+x^2)^5$ se obtuvo la expresión requerida.	$y' = \left(\dfrac{1}{3x} - \sec x * \csc x + \dfrac{10x}{1+x^2}\right)\left(\dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{\tan x}(1+x^2)^5\right)$

R./ $\boldsymbol{y' = \left(\dfrac{1}{3x} - sec\,x * csc\,x + \dfrac{10x}{1+x^2}\right)\left(\dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{\tan x}(1+x^2)^5\right)}$

b) $y = \sqrt{x}^{\sqrt{x}}$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Primero se aplica logaritmo natural (Ln) en ambos lados de la expresión.	$Ln(y) = Ln\left(\sqrt{x}^{\sqrt{x}}\right)$
2.	Utilizando la propiedad de los exponentes y sabiendo que $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ se expresara la función como.	$Ln(y) = \sqrt{x}\, Ln(\sqrt{x})$ $Ln(y) = \sqrt{x}\, Ln\left((x^{\frac{1}{2}})\right)$
3.	Usando la propiedad logarítmica para argumentos con exponentes, se obtiene la expresión.	$Ln(y) = \frac{1}{2}\sqrt{x}\, Ln(x)$
4.	Ahora usando derivación logarítmica y la regla del producto para una derivada, se encuentra la expresión matemática.	$\frac{y'}{y} = \frac{Ln(x)}{4\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$
5.	Despejando y´ y manipulando algebraicamente la expresión anterior se obtiene.	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}\left(\frac{Ln(x)}{2} + 1\right) y$
6.	Se sabe que $y = \sqrt{x}^{\sqrt{x}}$, entonces al sustituirla en la expresión da como resultado final.	$y' = \frac{\sqrt{x}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\left(\frac{Ln(x)}{2} + 1\right)$

$$\mathbf{R./}\quad \boldsymbol{y' = \frac{\sqrt{x}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\left(\frac{Ln(x)}{2} + 1\right)}$$

TEMA 2 (12 PUNTOS).

Si el radio de una esfera es de 6 m con un margen de error de 0.002 m, aproximar usando diferenciales el máximo error posible al calcular su volumen y área superficial.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Primero se listan los datos que nos brinda el problema, definiendo al radio como r y el margen de error en la medición del mismo como Δr.	$r = 6\,m$ $\Delta r = 0.002\,m$
2.	Se definen las ecuaciones (formulas) que relacionan lo requerido por el problema en función de los datos brindados. En este caso serían, las fórmulas para el volumen de una esfera (V) y para el área superficial de la misma (A).	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ $A = 4\pi r^2$
3.	Derivando ambas fórmulas en función del radio se obtiene como resultado las siguientes expresiones.	$\frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$ $\frac{dA}{dr} = 8\pi r$
4.	Utilizando diferenciales se puede establecer que el margen de error del radio es aproximadamente igual al diferencial del mismo.	$\Delta r \cong dr$ $dr \cong 0.002\,m$
5.	Por medio de las expresiones obtenidas a partir de las derivadas, se puede obtener el valor aproximado de los diferenciales respectivos para el volumen (dV) de la esfera y el área superficial (dA) de la misma, quedando escritos de la siguiente forma.	$dV = 4\pi r^2 dr$ $dA = 8\pi r dr$
6.	Sustituyendo r por el valor del radio y dr por el margen de error, sus respectivos valores para los diferenciales de volumen y área superficial vienen dados por las expresiones:	$dV = 4\pi(6\,m)^2(0.002\,m)$ $dA = 8\pi(6\,m)(0.002\,m)$

7.	Evaluando las expresiones anteriores se obtuvo como resultado final para cada diferencial, los siguientes valores.	$dV \approx 0.905\ m^3$ $dA \approx 0.302\ m^2$
8.	Ahora definiendo que el diferencial de volumen (dV) es aproximadamente igual al máximo error obtenido al calcular el respectivo volumen (ΔV) de la esfera, se obtiene:	$dV \cong \Delta V$ $\Delta V \approx 0.905\ m^3$
9.	De la misma manera que el paso de arriba, solo que ahora definiendo que el diferencial de área superficial (dA) es aproximadamente igual al máximo error obtenido al calcular la respectiva área superficial (ΔA) de la esfera, se obtiene:	$dA \cong \Delta A$ $\Delta A \approx 0.302\ m^2$

R./ Máximo error al calcular el volumen de la esfera:
$$\boldsymbol{\Delta V \approx 0.905\ m^3}$$

Máximo error al calcular el área superficial de la esfera:
$$\boldsymbol{\Delta A \approx 0.302\ m^2}$$

TEMA 3 (16 PUNTOS).

Obtener el siguiente límite usando la regla de L´Hospital donde sea válido y necesario:

$$\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x}\right)^{\tan x}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Primero se evalúa directamente el límite, para verificar si existe, se da una forma indeterminada o no existe el límite evaluado ese valor.	$\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{0}\right)^{\tan 0} = \infty^0$
2.	Como se obtuvo una forma indeterminada se procede a obtener una expresión equivalente al valor del límite, esto para verificar por medio del teorema de L´Hopital o cualquier otra propiedad de los límites si el límite existe en ese valor, Así que primero se le asignara una variable al desconocido posible valor del límite, reescribiéndose de la siguiente manera.	$\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x}\right)^{\tan x} = y$
3.	Aplicándosele logaritmo natural en ambos lados de la expresión anterior para mantener la igualdad de la misma, queda como resultado.	$\lim_{x\to 0^+} Ln\left(\left(\frac{1}{x}\right)^{\tan x}\right) = Ln(y)$
4.	Utilizando la propiedad de los logaritmos para los argumentos con exponentes, se obtiene la expresión.	$\lim_{x\to 0^+} \tan x\, Ln\left(\frac{1}{x}\right) = Ln(y)$
5.	Evaluando la nueva expresión para el límite, en su respectivo valor para verificar si existe, sigue teniendo una forma indeterminada o el límite no existe. Se obtiene como resultado:	$\lim_{x\to 0^+}\left(\tan 0\, Ln\left(\frac{1}{0}\right)\right) = 0 * \infty$

6.	Como nuevamente se obtuvo una forma indeterminada, se buscara una nueva expresión para poder obtener el valor del límite. Aplicando nuevamente las propiedades de los logaritmos, pero ahora para la división de argumentos; se obtiene la correspondiente expresión:	$\lim_{x\to 0^+} \tan x\,[Ln(1) - Ln(x)] = Ln(y)$
7.	Se sabe que el valor del logaritmo natural de 1 es 0, ($Ln(1) = 0$). Entonces la expresión puede reescribirse de la siguiente forma.	$\lim_{x\to 0^+} -\tan x\; Ln(x) = Ln(y)$
8.	Nuevamente evaluando la expresión obtenida del límite en el paso anterior da como resultado:	$\lim_{x\to 0^+}(-\tan 0\; Ln(0)) = -0 * (-\infty)$ $\lim_{x\to 0^+}(-\tan 0\; Ln(0)) = 0 * \infty$
9.	De nuevo dio como resultado una forma indeterminada, por lo que se procede ahora a reescribir la expresión de la siguiente manera, esto buscando poder aplicar el teorema de L´Hopital.	$\lim_{x\to 0^+} -\frac{Ln(x)}{\frac{1}{\tan x}} = Ln(y)$ $\lim_{x\to 0^+} -\frac{Ln(x)}{\cot x} = Ln(y)$
10.	Aplicando el teorema de L´Hopital se deriva el numerador compuesto por $-\mathrm{Ln}(x)$ y el denominador compuesto por $\cot x$.	$\frac{d(-Ln(x))}{dx} = -\frac{1}{x}$ $\frac{d(\cot x)}{dx} = -(\csc x)^2$
11.	El resultado del paso anterior viene dado por la expresión:	$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x\,(\csc x)^2} = Ln(y)$
12.	Se sabe que $(\csc x)^2 = \frac{1}{(\sin x)^2}$, por lo que la expresión anterior puede ser escrita también como:	$\lim_{x\to 0^+} \frac{(\sin x)^2}{x} = Ln(y)$

13.	Evaluando el límite de la expresión anterior, se encuentra otra forma indeterminada	$\lim_{x\to 0^+} \frac{(\sin 0)^2}{0} = \frac{0}{0}$
14.	Aplicando nuevamente L´Hopital se encuentra la derivada del numerador $(\sin x)^2$ y del denominador x.	$\frac{d((\sin x)^2)}{dx} = 2\sin x \cos x$ $\frac{d(x)}{dx} = 1$
15.	Por lo que la expresión queda reescrita nuevamente como:	$\lim_{x\to 0^+} \frac{2\sin x \cos x}{1} = Ln(y)$
16.	Nuevamente se evalúa el límite de la expresión anterior, en este caso se puede llegar a que el valor de este es igual a 0.	$\lim_{x\to 0^+} \frac{2\sin 0 \cos 0}{1} = \frac{0}{1}$ $Ln(y) = 0$
17.	Dado a que se busca el valor de y, entonces de la expresión anterior se puede encontrar siendo esto posible al utilizar la función inversa del logaritmo, en este caso la función exponencial y quedando escrita como:	$e^{Ln(y)} = e^0$ $\cancel{e^{Ln}}(y) = e^0$ $y = 1$
18.	Del paso anterior se llega a la respuesta final, escribiéndose por último la expresión de la siguiente forma:	$\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\tan x} = 1$

$$\textbf{R./} \quad \boldsymbol{\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\tan x} = 1}$$

TEMA 4 (20 PUNTOS).

Una partícula se desplaza a lo largo de la curva $y = \sqrt{x}$. Cuando pasa por el punto (4,2), su coordenada x se incrementa a razón de 3 cm/s, ¿qué tan rápido cambia la distancia de la partícula al origen en ese instante?

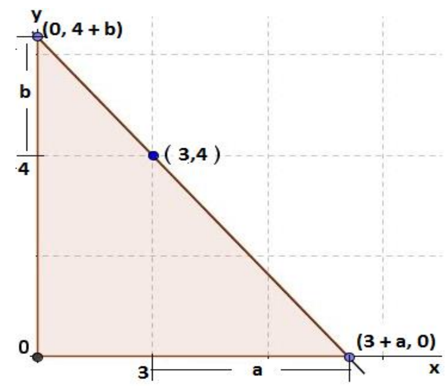
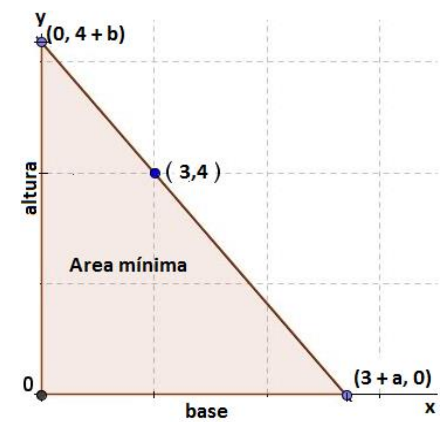
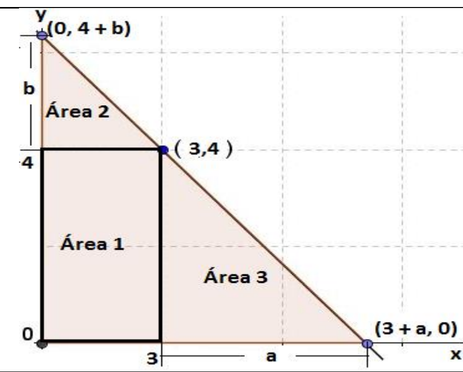
No.	Explicación	Operatoria
1.	Primero se establece la fórmula para la distancia, la cual se representara por la variable $\lvert r\rvert$ y sabiendo que el punto de origen es (0, 0).	$\lvert r\rvert = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$ $\lvert r\rvert = \sqrt{x^2 + y^2}$
2.	El problema indica que y varia en función de x, y está representada por $y = \sqrt{x}$, por lo que sustituyéndola en la fórmula de la distancia. Puede expresarse como:	$\lvert r\rvert = \sqrt{x^2 + (\sqrt{x})^2}$ $\lvert r\rvert = \sqrt{x^2 + x}$
3.	Derivando la expresión obtenida para la distancia respecto al tiempo haciendo uso de la regla de la cadena para conocer la razón con la que está cambiando. Se obtiene la siguiente expresión:	$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dx} * \frac{dx}{dt}$ $\frac{dr}{dt} = r´\ ;\ \frac{dx}{dt} = x´$
4.	Sustituyendo los datos respectivos y derivando la distancia r respecto a x, da como resultado:	$\frac{dr}{dx} = \frac{(2x+1)}{2\sqrt{x^2+x}}$ $r´ = \frac{(2x+1)}{2\sqrt{x^2+x}} * x´$
5.	Se sabe que $\sqrt{x^2 + x}$ es igual a la distancia r, por lo que al sustituirla en la expresión anterior se puede reescribir como:	$r´ = \frac{(2x+1)}{2r} * x´$
6.	El problema pide la razón con la que está cambiando la distancia de la partícula al origen en el momento que pasa por punto (4,2). Es decir cuando $x = 4$ y $y = 2$. Sustituyendo estos valores para calcular el valor de la distancia r, se obtien:	$r = \sqrt{4^2 + 2^2}$ $r = \sqrt{20}$

7.	Se sabe de las condiciones que establece el problema, que la razón con la que cambia la posición en x respecto al tiempo, es decir x' es igual a $3\ {}^{cm}/_{s}$. Por lo que para encontrar la razón con la que está cambiando la distancia r', se sustituyen los valores ya conocidos.	$x' = 3\frac{cm}{s}\ ;\ r = \sqrt{20}\ ;\ x = 4\ ;\ y = 2$ $r' = \frac{(2(4)+1)}{2(\sqrt{20})} * 3\ {}^{cm}/_{s}$ $r' = \frac{9}{2(\sqrt{20})} * 3\ {}^{cm}/_{s}$
8.	El resultado final al operar la expresión anterior dará el valor con el que está cambiando r' en ese instante, siendo este:	$r' \cong 3.019\ {}^{cm}/_{s}$

R./ La razón con la que cambia la distancia de la partícula al origen en ese instante es $\mathbf{3.019}\ {}^{\boldsymbol{cm}}/_{\boldsymbol{s}}$

TEMA 5 (20 PUNTOS).

Escriba la ecuación de la recta que pasa por el punto (3,4) y forma con los ejes coordenados en el cuadrante I un triángulo de área mínima.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se traza una recta que pase por el punto (3,4) y corte a los ejes coordenados en los puntos $(3+a, 0)$ y $(0, 4+b)$ formando así un triángulo en el primer cuadrante como el mostrado en la figura.	
2.	Se le denomina a a la longitud del segmento que contempla la base del triángulo y b a la longitud que complementa la altura del mismo. Según lo planteado por el problema se debe encontrar los valores de a y b para que el triángulo tenga área mínima.	
3.	El área de un triángulo está dada por la fórmula $A = \frac{1}{2} b * h$. Donde A es el área, b la base y h la altura, sustituyendo los valores para estos valores se encuentra la expresión:	$b = 3 + a \;\; ; \;\; h = 4 + b$ $A = \frac{1}{2}(3+a)(4+b)$ $A = 2a + \frac{3}{2}b + \frac{ab}{2} + 6$
4.	Analizando la expresión anterior se encontró que el área A está en términos de dos variables (a y b). Por lo que se necesita encontrar otra expresión para dicha área A y de esta forma tener dos ecuaciones con dos incógnitas. Esta se puede encontrar descomponiendo el área del triángulo en la siguiente forma:	

5.	En el paso anterior se puede establecer que el área A del triángulo mayor es igual a la suma del área 1, área 2 y área 3. Donde el área 1 se representa por un rectángulo de base 3 y altura 4, el área 2 esta definida por un triángulo de base 3 y altura b y por último el área 3 que viene dada por otro triángulo de base a y altura 4.	$Área\ 1 = (3)(4)$ $Área\ 2 = \frac{1}{2}(3)(b)$ $Área\ 3 = \frac{1}{2}(a)(4)$
6.	Operando las áreas correspondientes se obtienen los siguientes valores.	$Área\ 1 = 12$ $Área\ 2 = \frac{3}{2}b$ $Área\ 3 = 2a$
7.	Entonces como se sabe que la suma de estas tres áreas es igual al área del triángulo mayor. Se encuentra la segunda expresión que se buscaba para A, quedando esta expresión como:	$A = 12 + 2a + \frac{3}{2}b$
8.	Igualando ambas expresiones para A y simplificando, se encuentra una expresión de a en términos de b o viceversa. La cual nos será útil para minimizar el área del triángulo que plantea el problema.	$\cancel{2a} + \cancel{\frac{3}{2}b} + \frac{ab}{2} + 6 = 12 + \cancel{2a} + \cancel{\frac{3}{2}b}$ $\frac{ab}{2} = 6$ $b = \frac{12}{a}$
9.	Reemplazando b en cualquiera de las dos expresiones para A, por conveniencia se hace en la expresión más sencilla de manipular. En este caso $A = 12 + 2a + \frac{3}{2}b$ Se obtiene la función a minimizar.	$A = 12 + 2a + \frac{3}{2}\left(\frac{12}{a}\right)$ $A = 12 + 2a + \frac{18}{a}$

10.	Para minimizar o maximizar una función se debe derivar esta e igualarla a cero y de esta forma encontrar sus o su punto crítico, entonces derivando la expresión para A respecto a a, se obtiene:	$$\frac{dA}{da} = 2 - \frac{18}{a^2}$$
11.	Igualando esta expresión a cero, se encuentra un valor para a, tal que satisface lo requerido.	$$2 - \frac{18}{a^2} = 0$$ $$a^2 = \frac{18}{2} = 9$$ $$a = 3$$
12.	Conociendo la relación entre a y b, se puede determinar el correspondiente valor de b. Siendo este:	$$b = \frac{12}{a} = \frac{12}{3}$$ $$b = 4$$
13.	Ahora con de $a = 3\ y\ b = 4$, se encuentran los respectivos valores para la altura y base del triángulo en cuestión. Obteniendo de estos el intercepto de la recta con cada uno de los ejes.	$$base = 3 + a = 3 + 3$$ $$base = 6$$ $$altura = 4 + b = 4 + 4$$ $$altura = 8$$
14.	Con los cortes en los ejes, se puede calcular la pendiente m de la recta que en este caso representaría su hipotenusa. Siendo esta:	$$m = \frac{8-0}{0-6} = -\frac{4}{3}$$
15.	Usando la ecuación punto pendiente y utilizando el punto (0,8), se encuentra la ecuación de la recta que pide el problema, siendo esta:	$$y - y_0 = m(x - x_0)$$ $$y - 8 = -\frac{4}{3}(x - 0)$$ $$y - 8 = -\frac{4}{3}x$$ $$y = -\frac{4}{3}x + 8$$

16.	Que pasándola a su forma general queda expresada de la siguiente manera.	$4x + 3y - 24 = 0$

R./ La ecuación de la recta es $4x + 3y - 24 = 0$

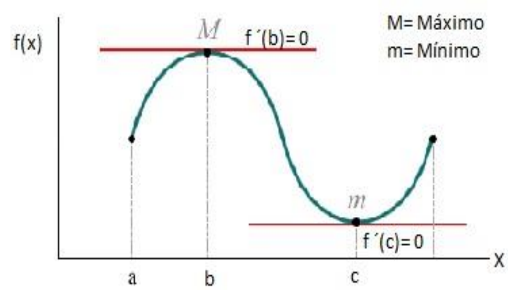
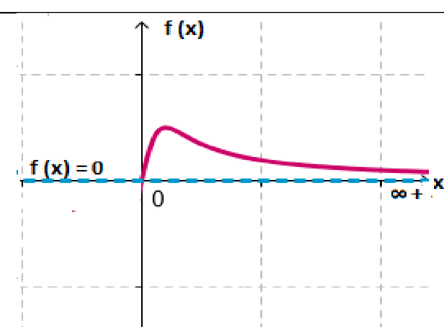
TEMA 6 (16 PUNTOS).

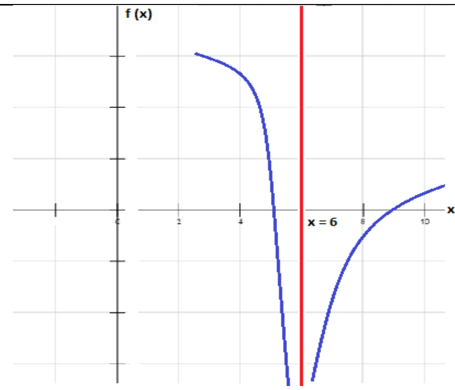
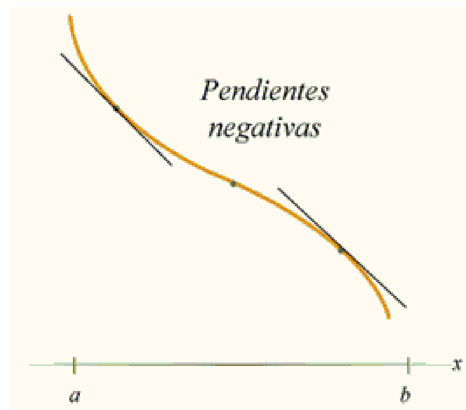
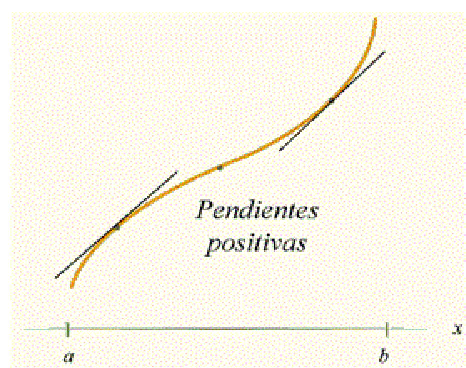
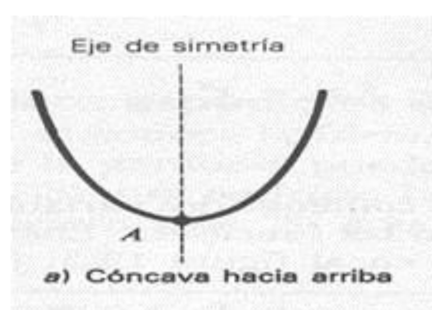
Trace la gráfica de una función que satisface las condiciones dadas:

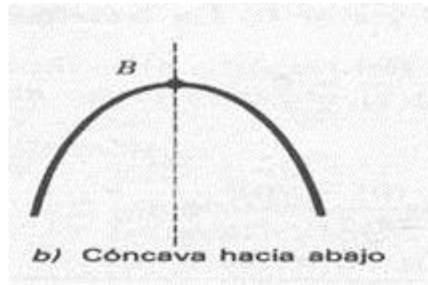
$f(0) = 0, f'(-2) = f'(1) = f'(9) = 0;\ \lim_{x\to\infty} f(x) = 0, \quad \lim_{x\to 6} f(x) = -\infty,$

$f'(x) < 0$ sobre $(-\infty, -2),\ (1,6)\ y\ (9, \infty);\quad f'(x) > 0$ sobre $(-2,1)\ y\ (6,9)$

$f''(x) > 0$ sobre $(-\infty, 0)\ y\ (12, \infty)\ ;\ f''(x) < 0$ sobre $(0,6)\ y\ (6,12)$

No.	Explicación	Operatoria
1.	La primera condición indica que cuando la función pasa por un valor $x = 0$, su correspondiente reflejo $f(x)$ también vale lo mismo.	$x = 0$ $f(x) = 0$
2.	Estableciendo que $f'(x)$ es la primera derivada de la función $f(x)$. Se sabe que el valor de una derivada evaluada en un punto específico de la función indica la pendiente de la recta tangente a ese punto y de las condiciones del problema se obtienen los siguientes valores.	$f'(-2) = 0$ $f'(1) = 0$ $f'(9) = 0$
3.	Una pendiente igual a cero no es más que una recta horizontal, por lo que se puede decir que en los valores de $x = -2, 1\ y\ 9$ la función tendrá un máximo o un mínimo, pero antes se necesitan cumplir las demás condiciones del problema, para poder establecer que será lo que existe en los valores de x anteriormente mencionados.	
4.	La siguiente condición $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$, establece que existirá una asíntota horizontal sobre el eje de las x, en el cual el valor para la función $f(x)$ evaluada en valores de x muy grandes es decir que tienden a infinito será aproximadamente 0.	

5.	Analizando la condición $\lim_{x \to 6} f(x) = -\infty$, indica que existe una asíntota vertical en el valor de $x = 6$ paralela al eje $f(x)$ y que para cualquier valor de x que tienda a 6 por la izquierda o derecha, la función $f(x)$ obtendrá valores negativos muy grandes. Tendiendo a menos infinito	
6.	Como se definió que $f'(x)$ es la pendiente de la recta tangente a un determinado punto sobre la grafica $f(x)$, y sabiendo que una función decrece cuando $f'(x) < 0$, es decir la pendiente de la recta es negativa. Se establece según los datos brindados por el problema, que la función decrecerá en los intervalos $(-\infty, -2), (1,6)\ y\ (9, \infty)$.	
7.	Analizando como en el paso anterior, pero ahora para valores $f'(x) > 0$, es decir la pendiente de la recta es positiva. Y el problema indica que $f'(x)$ tendrá valores positivos en los intervalos $(-2,1)\ y\ (6,9)$. Se afirma que la función $f(x)$ crecerá en estos mismos.	
8.	Según la definición de concavidad, se sabe que una función es cóncava hacia arriba en un intervalo, cuando su segunda derivada es mayor a cero $f''(x) > 0$. El problema establece que esto ocurrirá en los intervalos $(-\infty, 0)\ y\ (12, \infty)$, Por lo que una concavidad hacia arriba de una función es similar a la siguiente.	

9.	Como última condición el problema indica que $f''(x) < 0$, en los intervalos $(0,6)$ y $(6,12)$. Por lo que se afirma que en dichos intervalos la función tendrá una concavidad hacia abajo, teniendo una forma similar a la siguiente.	

10.	Unificando todos los conceptos anteriormente listados en la tabla originados por las condiciones del problema se traza la gráfica correspondiente que satisfaga lo requerido por el problema, siendo esta la siguiente.