

Propiedades de las sumatorias

Si n es cualquier número entero positivo y c es una constante, entonces

1.
$$\sum_{i=1}^n cf(i) = c \sum_{i=1}^n f(i)$$
2.
$$\sum_{i=1}^n [f(i) + g(i)] = \sum_{i=1}^n f(i) + \sum_{i=1}^n g(i)$$
3.
$$\sum_{i=1}^n [f(i) - g(i)] = \sum_{i=1}^n f(i) - \sum_{i=1}^n g(i)$$
4.
$$\sum_{i=1}^n [f(i) - f(i-1)] = f(n) - f(0)$$

Fórmulas para calcular sumatorias

Si n es cualquier número entero positivo y c es una constante, entonces

1.
$$\sum_{i=1}^n c = cn$$
2.
$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$
3.
$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$$
4.
$$\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \frac{n^4}{4} + \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4}$$
5.
$$\sum_{i=1}^n i^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$$

Área bajo una curva

Si f es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$ y $f(x) \geq 0$ en el intervalo. El área bajo la curva de f en el intervalo $[a, b]$ está dada por

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i$$

La integral definida

Si f es una función definida en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces la integral definida de f de a a b , se define como

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\|\Delta\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i$$

Propiedades de la Integral definida

1. Si a está en el dominio de f , entonces

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

2. Si f es integrable en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces

$$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

3. Si f y g son integrables en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

4. Si f y g son integrables en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

5. Si f es integrable en el intervalo cerrado $[a, b]$ y k es una constante, entonces

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

6. Si f es integrable en el intervalo cerrado $[a, b]$ y $a < c < b$, entonces

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

7. Si k es una constante, entonces

$$\int_a^b k dx = k(b - a)$$

8. Si $f(x) \geq g(x)$ para todo x en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces

$$\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

9. Si $m \leq f(x) \leq M$ para todo x en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces

$$m(b - a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b - a)$$