

## PROBLEMA RESUELTO 4

Calcule la integral definida

$$\int_{-3}^3 (x - \sqrt{9 - x^2}) dx$$

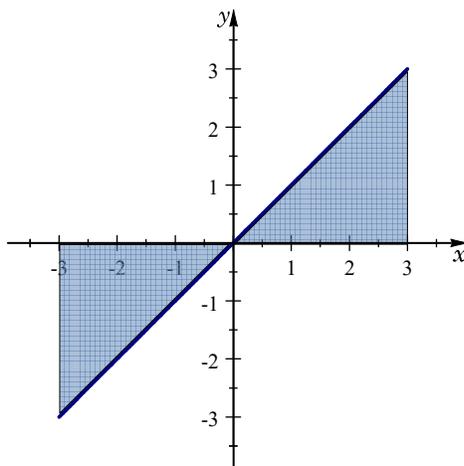
Interpretándola en términos de áreas de figuras geométricas

### Solución

La Integral se puede expresar como

$$\int_{-3}^3 (x - \sqrt{9 - x^2}) dx = \int_{-3}^3 x dx - \int_{-3}^3 (\sqrt{9 - x^2}) dx$$

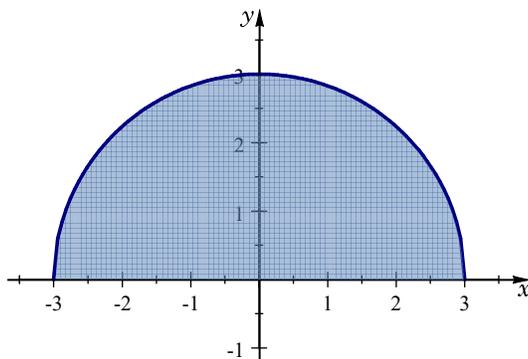
Geoméricamente, la primera integral  $\int_{-3}^3 x dx$  se interpreta como



El valor de esta integral es cero ya que el área que está abajo del eje x es igual a el área que está sobre el eje x, entonces

$$\int_{-3}^3 x dx = 0$$

La segunda integral  $\int_{-3}^3 (\sqrt{9 - x^2}) dx$  se interpreta como



Que no es mas que la mitad de un círculo de radio 3, por lo que

$$\begin{aligned}\int_{-3}^3 (\sqrt{9-x^2}) dx &= \frac{1}{2} \pi r^2 \\ &= \frac{1}{2} \pi (3)^2 \\ &= \frac{9\pi}{2}\end{aligned}$$

Entonces la integral se calcula como

$$\begin{aligned}\int_{-3}^3 (x - \sqrt{9-x^2}) dx &= \int_{-3}^3 x dx - \int_{-3}^3 (\sqrt{9-x^2}) dx \\ &= 0 - \frac{9}{2} \pi \\ &= -\frac{9}{2} \pi\end{aligned}$$

---