Clave-103-1-M-2-00-2015_07

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO:	**Matemática Básica 2**
TIPO DE EXAMEN:	**Primer Parcial**
AUXILIAR:	**Oscar Arias**
FECHA:	**11 de Agosto de 2015**
SEMESTRE:	**Segundo**
HORARIO DE EXAMEN:	**7:10 - 8:50**
REVISOR:	**Lic. Gustavo Santos**
CLAVE:	**Clave-103-1-M-2-00-2015_07**

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
FACULTAD DE INGENIERIA
MATEMATICA BASICA 2

PRIMER EXAMEN PARCIAL
11082015**A**

TEMA 1 **(20 PUNTOS)**

a. ¿Para qué valor de $\boldsymbol{c}$ la función $\boldsymbol{f}$ es continua en todos los reales?

$$f(x) = \begin{cases} x^2+4 & si \quad x \le c \\ 6x-5 & si \quad x > c \end{cases}$$

b. Después de hallar el valor de $\boldsymbol{c}$. Encuentre $f'(x)$ como una función, indicando su dominio.

TEMA 2 **(45 PUNTOS)**

a. Usando leyes de límites calcule:

$$i)\ \lim_{t\to 0}\frac{|2t-1|-|2t+1|}{t} \quad ii)\ \lim_{x\to -\infty}\frac{\sqrt{x^2+x}-x}{5+x} \quad iii)\ \lim_{x\to 0}\frac{2x^2-3x}{2senx}$$

b. Derive la función $f(x) = \left(\frac{3x^2}{2}+x^4\right)^3 + \sqrt{x}\ \tan\sqrt{\frac{1}{x}}$

c. Determine y'' si $y = e^{-x}\cos(2x)$

TEMA 4 **(20 PUNTOS)**

a. Encuentre la pendiente de la recta tangente a la curva $f(x) = -1+\sqrt{x}$ utilizando la definición de derivada como límite.
b. Luego encuentre la ecuación de la recta tangente en el punto $(4, 1)$.

TEMA 5 **(15 PUNTOS)**

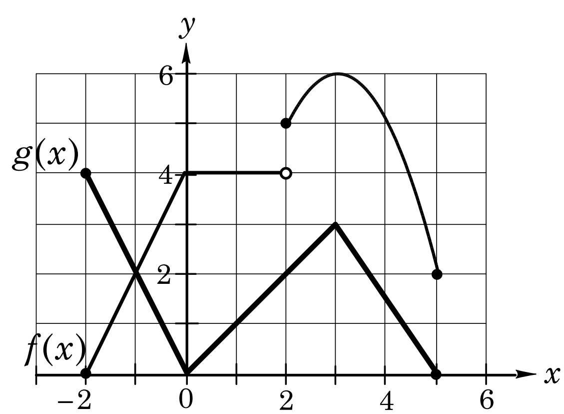
Si $\boldsymbol{f}$ & g son las funciones cuyas gráficas se muestran. Sea $h(x) = g\left(x^2\ f(x)\right)$

Hallar

a. $h'(-1)$

b. Para que valores de x no es derivable $f(x)$ y porqué. (sin explicación no tiene valor)

c. Esboce la gráfica de $g'(x)$



SOLUCIÓN DEL EXAMEN

TEMA 1.

a. ¿Para qué valor de $\boldsymbol{c}$ la función $\boldsymbol{f}$ es continua en todos los reales?

$$f(x) = \begin{cases} x^2+4 & si \quad x \le c \\ 6x-5 & si \quad x > c \end{cases}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Como primer paso para la solución del problema, centraremos el estudio de la continuidad de $\boldsymbol{f}$ en el valor $x = \boldsymbol{c}$. Para ello debemos de analizar si los tres requerimientos de continuidad se satisfacen en dicho valor. Dado que las ecuaciones que constituyen la función $\boldsymbol{f}$ son a su vez funciones continuas, el primer requisito está satisfecho. Para el segundo requisito debemos recordar que la existencia del límite implica que los limites laterales sean iguales, es decir $\lim_{x \to c} f(x)\ existe$	1. $f(c)\ esta\ definido$ 2. $\lim_{x \to c} f(x)\ existe$ 3. $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$ 4. $\lim_{x \to c^-} f(x) = \lim_{x \to c^+} f(x)$
2.	Para el miembro izquierdo de la ecuación 4, la forma funcional que adopta $\boldsymbol{f}$ es la expresión x^2+4 cuando $x \le c$, por lo tanto.	$\lim_{x \to c^-} (x^2+4)$
3.	Este límite se puede evaluar utilizando la regla de sustitución directa lo que da origen a la siguiente ecuación.	$c^2+4 = L_1$
4.	Para el miembro derecho de la ecuación 4, la forma funcional que adopta $\boldsymbol{f}$ es la expresión $6x-5$ cuando $x > c$, por lo tanto.	$\lim_{x \to c^+} (6x-5)$
5.	Nuevamente, el límite se puede evaluar utilizando la regla de sustitución directa dejando la siguiente ecuación.	$6c-5 = L_2$
6.	Ahora podemos igualar los límites laterales L_1 y L_2 con lo cual obtenemos la ecuación.	$L_1 = L_2$ $c^2+4 = 6c-5$ $c^2-6c+9 = 0$
7.	De la cual se desprende el siguiente resultado para el valor de la constante $\boldsymbol{c}$	$c = 3$

b. Después de hallar el valor de $\boldsymbol{c}$. Encuentre $\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{x})$ como una función, indicando su dominio.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Al realizar el proceso anterior, en donde se determino que para que la función $f(x)$ sea continua en los Reales, c toma el valor igual a 3, para el presente inciso se procede a derivar ambas partes de la función.	$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & si \quad x \leq 3 \\ 6x - 5 & si \quad x > 3 \end{cases}$
2.	Para determinar la derivada de $f(x)$ se aplican las reglas básicas de derivación. Cuando la función adopta la forma funcional de $x^2 + 4$, el término cuadrático es derivable y según la regla nos dice que al exponente se le debe restar 1 y el exponente original será el término constante que acompañe a dicha variable. Y para el término constante, su derivada es 0.	$\frac{d}{dx}\ x^2 + 4 = 2x$
3.	Cuando la función $f(x)$ adopta la forma funcional de $6x - 5$, ambos términos son derivables debido a su continuidad, entonces según la regla de derivación, al primer término se le debe restar 1 a su exponente y multiplicarlo por el coeficiente constante que lo acompaña (en este caso 6), pero como el exponente es 1, al restarle 1 dará como resultado 0. Como toda expresión elevada a la potencia 0 da como resultado 1 y cualquier expresión multiplicada por 1 da como resultado el mismo número, entonces la derivada del primer término es 6. Y la derivada del término constante es 0.	$\frac{d}{dx}6x - 5 = 6$

TEMA 2

a. Usando leyes de límites calcule:

$$\lim_{t\to 0}\frac{|2t-1|-|2t+1|}{t}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	El límite indicado no es posible evaluarlo por medio de sustitución directa, esto debido a que al realizarlos de esa manera se obtiene la forma indeterminada $\frac{0}{0}$, de tal manera que la expresión requiere un arreglo algebraico para que sea posible realizar la sustitución directa.	$L=\lim_{t\to 0}\frac{\|2t-1\|-\|2t+1\|}{t}=\frac{0}{0}$ (Por sustitución directa sin ningún arreglo)
2.	Se sabe que a partir de la teoría de los valores absolutos, éstos poseen una parte negativa y otra parte negativa. En el caso de la expresión $\|2t-1\|$ el valor de t que hace cero el valor absoluto es $\frac{1}{2}$, Entonces para valores mayores o iguales a $\frac{1}{2}$, la expresión tomará valores positivos y mientras sea menor que $\frac{1}{2}$ adaptará su valor negativo.	$\|2t-1\|=\begin{cases}2t-1\ si\ t\geq 1/2\\ -2t+1\ si\ t<1/2\end{cases}$
3.	De igual manera que el valor absoluto inicial, también se aplica la misma metodología para $\|2t+1\|$, la cual cuando t sea igual a $-\frac{1}{2}$ el valor absoluto se hace cero. Entonces para valores mayores o iguales a -$\frac{1}{2}$, la expresión tomará valores positivos y mientras sea menor que $-\frac{1}{2}$ adaptará su valor negativo.	$\|2t+1\|=\begin{cases}2t+1\ si\ t\geq -1/2\\ -2t-1\ si\ t<-1/2\end{cases}$
4.	Debido a que el límite que deseamos evaluar no indica que t tiende a cero, se debe seleccionar la parte correcta de cada valor absoluto que incluya al número 0. Por lo anteriormente mencionado, para la expresión $\|2t-1\|$ se selecciona su parte negativa, debido a que existe cuando $t<1/2$ ya que incluye al número cero. Por otra parte, de la expresión $\|2t+1\|$ se selecciona su parte negativa porque ésta existe cuando $t\geq -1/2$ ya que incluye al número 0.	$\|2t-1\|=-2t+1$ $\|2t+1\|=2t+1$

5.	Seguidamente de seleccionar los valores absolutos que satisfacen el valor de t cuando tiende a cero, se procede a sustituir dichos valores en la expresión del límite inicial.	$\mathrm{L} = \lim_{t \to 0} \frac{-2t + 1 - (2t + 1)}{t}$
6.	Al simplificar, los valores de 1 y -1 se cancelan.	$L = \lim_{t \to 0} \frac{-4t}{t}$
7.	Se cancela t en el numerador con t en el denominador.	$\mathrm{L} = \lim_{t \to 0} -4$
8.	Ahora ya es posible evaluar el límite por sustitución directa, pero como ya no se tiene ninguna variable t, el resultado es el número obtenido mediante la simplificación.	$L = -4$

$$\boldsymbol{ii)}\ \lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+x}-x}{5+x}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	El límite indicado no es posible evaluarlo por medio de sustitución directa, esto debido a que al realizarlos de esa manera se obtiene a la forma indeterminada $\frac{\infty}{\infty}$, de tal manera que la expresión requiere un arreglo algebraico para que sea posible realizar la sustitución directa.	$L=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+x}-x}{5+x}=\frac{\infty}{\infty}$ (Por sustitución directa sin ningún arreglo)
2.	Es posible dividir el numerador y el denominador entre la potencia más alta que posee la expresión, para el presente caso es x. De esta manera será posible eliminar algunos términos que contengan x.	$L=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{\sqrt{x^2+x}-x}{x}}{\frac{5+x}{x}}$ $=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{\sqrt{x^2+x}}{x}-\frac{x}{x}}{\frac{5}{x}+\frac{x}{x}}$
3.	Recordando que si se tiene una fracción con una raíz de igual orden tanto en el numerador y denominador, se tiene una misma raíz para toda la fracción y que $x=\sqrt{(x)^2}$, es posible realizar la sustitución indicada.	$L=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{\sqrt{x^2+x}}{\sqrt{(x)^2}}-\frac{x}{x}}{\frac{5}{x}+\frac{x}{x}}$ $=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{\frac{x^2+x}{x}}-\frac{x}{x}}{\frac{5}{x}+\frac{x}{x}}$
4.	Ahora es posible eliminar las x que sean posibles en la expresión anterior por medio de cancelación.	$L=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{x}}-1}{\frac{5}{x}+1}$
5.	En este momento ya no existe alguna forma para continuar simplificando la expresión. Por lo tanto es posible evaluar el límite por medio de sustitución directa	$L=\frac{\sqrt{1+\frac{1}{-\infty}}-1}{\frac{5}{-\infty}+1}$

6.	El límite nos indica que x tiende al valor de infinito negativo. Esto quiere decir que x tiende a un valor muy grande del lado negativo, por lo tanto se debe tomar el valor negativo de la raíz. Además cualquier número dividido entre otro muy grande da como resultado una aproximación de cero.	$L = \frac{-\sqrt{1+0}-1}{0\ +\ 1}$
7.	Finalmente se simplifica la expresión obtenida.	L=-2

$$\boldsymbol{iii)}\ \lim_{x\to 0}\frac{2x^2-3x}{2senx}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	El límite indicado no es posible evaluarlo por medio de sustitución directa, esto debido a que al realizarlos de esa manera se obtiene a la forma indeterminada $\frac{0}{0}$, de tal manera que la expresión requiere un arreglo algebraico para que sea posible realizar la sustitución directa.	$L=\lim_{x\to 0}\frac{2x^2-3x}{2senx}=\frac{0}{0}$ (Por sustitución directa sin ningún arreglo)
2.	El numerador posee factores comunes, por lo tanto es posible realizar factorización de la variable *x*.	$L=\lim_{x\to 0}\frac{x(2x-3)}{2senx}$
3.	Se debe recordar que el valor del límite de x cuando tiende a 0 del seno de x sobre x o de manera inversa es igual a 0.	$\lim_{x\to 0}\frac{sen\ x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{sen\ x}=1$
4.	Debido a la identidad antes mencionada, es posible separa la fracción del límite a evaluar de la forma indicada.	$L=\lim_{x\to 0}\left(\frac{(2x-3)}{2}\right)\left(\frac{x}{\operatorname{sen}x}\right)$
5.	Sin poder realizar más sustituciones o arreglos algebraicos y teniendo en cuenta la identidad del paso 3, es posible realizar sustitución directa en los términos que contienen *x* por el valor de *x*.	$L=\left(\frac{(2(0)-3)}{2}\right)(1)$
6.	Se simplifica la expresión y se obtiene el resultado final.	$L=-\frac{3}{2}$

b. Derive la función $\boldsymbol{f(x) = \left(\frac{3\,x^2}{2} + x^4\right)^3 + \sqrt{x}\ \tan\sqrt{\frac{1}{x}}}$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se evaluarán por separado los miembros de la función. Iniciando con el primer miembro, el cual consiste de la suma de un binomio elevado a la potencia 3, por lo tanto es necesario aplicar la regla de la cadena. Esta regla consiste en reducir el grado de la expresión en 1 y multiplicar dicha expresión por el exponente original (en este caso 3), seguidamente se debe multiplicar por la derivada de los términos que contiene la expresión.	$\frac{d}{dx}\left(\frac{3\,x^2}{2} + x^4\right)^3$ $= 3\left(\frac{3x^2}{2} + x^4\right)^2 * (3x + 4x^3)$
2.	Para el segundo miembro de la función f que cuenta con el producto de dos términos, es necesario realizar la regla del producto. La cual consiste en derivar el primer término y multiplicarlo por el segundo término sin derivar, luego se le suma el primer término sin derivar y se multiplica por el segundo término derivado	$\frac{d}{dt}\sqrt{x}\ \tan\sqrt{\frac{1}{x}} = \left[\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right] * \left[\tan\sqrt{\frac{1}{x}}\right]$ $+[\sqrt{x}] * \left[\frac{d}{dx}\tan\sqrt{\frac{1}{x}}\right]$
3.	Al evaluar el primer miembro de la suma, primero se deriva $\sqrt{x}$ y se multiplica por $\tan\sqrt{\frac{1}{x}}$, para obtener derivada de $\sqrt{x}$ es necesario aplicar la regla de la cadena como fue indicada en el paso 1.	$\left[\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right] * \left[\tan\sqrt{\frac{1}{x}}\right] =$ $\frac{1}{2}(x)^{-1/2}(1)\ \tan\sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\ \tan\sqrt{\frac{1}{x}}$
4.	Al evaluar el segundo miembro de la suma del paso 2, se debe derivar $\tan\sqrt{\frac{1}{x}}$, se debe recordar que la derivada de $Tan\,(ax) = a(Sec^2\,x)$ ósea la derivada del término que contiene la tangente se multiplica por la secante cuadrada del término original que contiene la tangente, y dicho resultado multiplicarlo por $(\sqrt{x})$. Como dentro de la tangente se encuentra un término con radical, se debe aplicar la regla de la cadena como en el paso 1 y 3.	$[\sqrt{x}] * \left[\frac{d}{dx}\tan\sqrt{\frac{1}{x}}\right] =$ $\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x}\right)^{3/2}\left(Sec^2\left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)\right)(\sqrt{x})$

5.	Entonces se procede a sumar todos los miembros obtenidos y se simplifica la expresión realizando las respectivas cancelaciones y reducción de términos semejantes respectivos para obtener el resultado final.	$f'(x) = 3\left(\frac{3x^2}{2} + x^4\right)^2 * (3x + 4x^3)$ $+\frac{1}{2\sqrt{x}}\tan\sqrt{\frac{1}{x}} - \frac{1}{2x}\left(Sec^2\left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)\right)$

c. Determine $\boldsymbol{y''}$ si $\boldsymbol{y = e^{-x}\cos(2x)}$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se principia derivando la función f que cuenta con el producto de dos términos, por lo cual es necesario realizar la regla del producto. La cual consiste en derivar el primer término y multiplicarlo por el segundo término sin derivar, luego se le suma el primer término sin derivar y se multiplica por el segundo término derivado	$y' = \frac{d}{dx}e^{-x}\ cos(2x)$ $= \left[\frac{d}{dx}e^{-x}\right] * [cos(2x)]$ $+[e^{-x}] * \left[\frac{d}{dx}cos(2x)\right]$
2.	Se debe recordar que la variable exponencial es el derivado de sí mismo con el signo de su exponente y multiplicado por el término constante que acompañe a su mismo exponente. Por su parte la derivada del coseno es el seno negativo multiplicado por la derivada del término que contenga. Al realizar las derivadas correspondientes en ambos lados de la suma de la expresión anterior se obtiene.	$\frac{d}{dx}e^{-x} = -e^{-x}$ $\frac{d}{dx}cos(2x) = -2sen(x)$ $y' = -e^{-x}Cos(2x) + (-2e^{-x}Sen(2x))$
3.	Como el presente ejercicio nos pide que encontremos la segunda derivada de y se debe derivar la función obtenida en el paso anterior. Se observa que se compone de una suma de dos productos, por lo tanto se debe aplicar la regla del producto en cada miembro de la expresión y sumarlos.	$y'' = \frac{d}{dx}y' = \frac{d}{dx}[-e^{-x}Cos(2x)$ $+(-2e^{-x}Sen(2x))]$ $= \left[\frac{d}{dx}[-e^{-x}][Cos(2x)] + [-e^{-x}]\frac{d}{dx}[Cos(2x)]\right]$ $+\left[\left[\frac{d}{dx} - 2e^{-x}\right][Sen(2x)] + [-2e^{-x}][\frac{d}{dx}Sen(2x)]\right]$
4.	Al realizar las derivaciones y productos correspondientes, teniendo en cuenta las identidades del paso 2 se obtiene la expresión correspondiente a la segunda derivada de y.	$y'' = e^{-x}Cos(2x) + 2e^{-x}sen(2x)$ $+2e^{-x}Sen(2x) - 4e^{-x}Cos(2x)$

5.	Al simplificar la anterior expresión mediante la reducción de términos semejantes copiando la base y exponentes y sumando los coeficientes, se consigue finalmente la respuesta al presente ejercicio.	$y'' = -3e^{-x}Cos(2x) + 4e^{-x}Sen(2x)$

TEMA 4

a. Encuentre la pendiente de la recta tangente a la curva $\boldsymbol{f(x) = -1 + \sqrt{x}}$ utilizando la definición de derivada como límite.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Conocemos que la derivada de una función es la pendiente de la recta tangente que corta la gráfica de la función original en algún punto. Como se necesita hallar la pendiente mediante la derivada como límite, entonces se emplea la definición de la derivada.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
2.	$f(x+h)$ Indica que cada término de la función f que contenga x deberá sumársele h, entonces se procede a sustituir los valores en la función de la derivada por definición.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{(-1+\sqrt{x+h}) - (-1+\sqrt{x})}{h}$
3.	Se suprimir los signos de agrupación del numerador y se reducen los términos semejantes que sean posibles.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$
4.	Como la expresión que se obtuvo en el paso 3 no le es posible aplicarse la sustitución directa, debido a que se obtiene la forma indeterminada $\frac{0}{0}$ es necesario realizar arreglos algebraicos para así aplicar la sustitución directa. Para lo anteriormente dicho se procede a racionalizar el numerador multiplicando ambos miembros de la fracción por su conjugado.	$\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h} = \frac{0}{0}$ (Por sustitución directa sin ningún arreglo) $f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h} * \frac{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}$
5.	Se realiza el producto indicado en ambos miembros de la fracción.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$
6.	Se cancela x del numerador.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{h}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$
7.	Ahora es posible cancelar la h del numerador y denominador.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}$

8.	Ya no es posible realizar ningún arreglo algebraico adicional por lo que se aplica la sustitución directa cuando h tiende a 0	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+0} + \sqrt{x}}$
9.	Simplificando la expresión se obtiene la pendiente de la recta tangente que corta la función f.	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

b. Luego encuentre la ecuación de la recta tangente en el punto $(\mathbf{4},\mathbf{1})$.

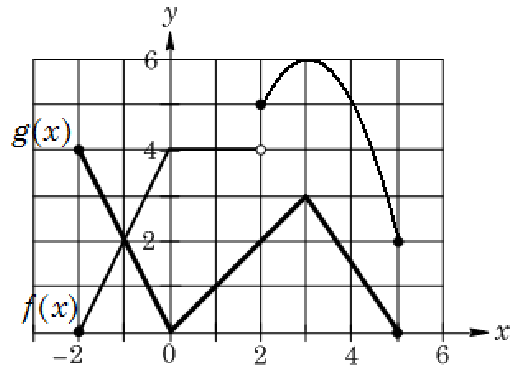
No.	**Explicación**	**Operatoria**
1.	Para hallar la ecuación de la recta tangente en el punto (4,1) se debe utilizar la ecuación de punto pendiente.	$y - y_1 = m(x - x_1)$
2.	Para este caso $x_1 = 4$, mientras que $y_1 = 1$y finalmente la pendiente m es igual a la derivada encontrada en el inciso anterior ($\frac{1}{2\sqrt{x}}$).	$y - 1 = \frac{1}{2\sqrt{x}}(x-4)$
3.	Simplificando la expresión y derivando para y se obtiene la ecuación de la recta tangente en el punto (4,1).	$y = \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{2}{\sqrt{x}} + 1$

TEMA 5

Si $\boldsymbol{f}$ & $g$son las funciones cuyas gráficas se muestran. Sea $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}\left(\boldsymbol{x}^2\ \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\right)$

Hallar:

a. $\boldsymbol{h}'(-\mathbf{1})$

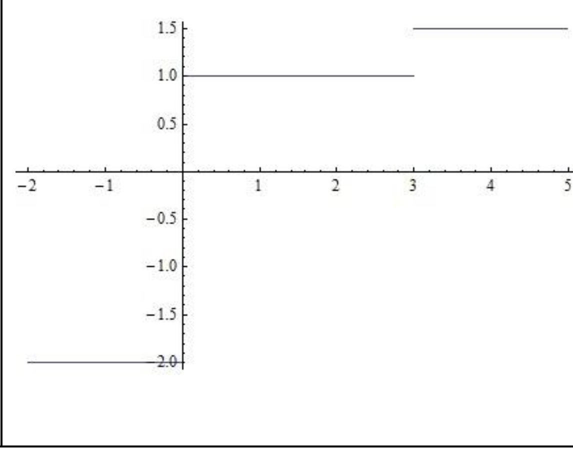


No.	Explicación	Operatoria
1.	Primero iniciamos aplicando la regla de la cadena a la función $h(x)$ para obtener $h^{'}(x)$.	$h^{'}(x) = g\left(x^2 f(x)\right)\frac{d}{dx}(x^2 f(x))$
2.	Luego es necesario aplicar la regla del producto en la derivad indicada.	$h^{'}(x) = g^{'}\left(x^2 f(x)\right)(2xf(x) + x^2 f^{'}(x))$
3.	Seguidamente se evalúa la función para -1.	$h^{'}(-1) = g^{'}\left((-1)^2 f(-1)\right)(2(-1)f(-1)$ $+(-1)^2 f'(-1))$
4.	Al observar las gráficas se puede observar que el valor de *f(x)* cuando *x=1* es *2* y que la recta correspondiente a ese tramo, tiene como pendiente $-2x$ que al evaluarla en -1 el resultado es 2.	$f(-1) = 2; f^{'}(x) = 2$
5.	Entonces se sustituyen los valores indicados en el anterior paso en la expresión del paso 2.	$h^{'}(-1) = g^{'}(2)(-2 * 2 + 2) = g^{'}(2)(-2)$
6.	Se observa en la gráfica de *g(x)* que en el tramo entre 0 y 3 que la pendiente es *x* por lo tanto el valor de la derivada de *g(x)* evaluada en 2 es 1.	$g^{'}(2) = 1$
7.	Se sustituye el valor encontrado en el paso 6 sobre la expresión del paso 5 para obtener la respuesta final.	$h^{'}(-1) = -2$

b. Para que valores de x no es derivable $\boldsymbol{f(x)}$ y porqué. (sin explicación no tiene valor)

No.	Explicación	Operatoria
1.	No es derivable cuando x tiende a 0, debido que a pesar de que el límite existe y por ambos lados es 4. Por la derecha posee pendiente igual a 0, la cual no es posible derivar.	$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$ Pero $m = 0$ por la derecha.
2.	No es derivable cuando x toma el valor de 2, debido a que el límite por la izquierda es desigual al límite por la derecha.	$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x)$ $\lim_{x\to 2^-} 4 = \lim_{x\to 2^+} -(x-3)^2 + 6$ $4 \neq 5$

c. Esboce la gráfica de $\boldsymbol{g'(x)}$

No.	Explicación	Operatoria
1.	La función $g(x)$ es una función por trozos, los cuales se indican en la siguiente expresión.	$g(x) = \begin{cases} -2x & si\ -2 \leq x \leq 0 \\ x & si\ 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{3}{2}x + \frac{15}{2} & si\ 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$
2.	Al derivar la función por trozos, mediante las técnicas básicas de derivación, se obtienen las siguientes expresiones.	$g'(x) = \begin{cases} -2 & si\ -2 \leq x < 0 \\ 1 & si\ 0 < x < 3 \\ \frac{3}{2} & si\ 3 < x \leq 5 \end{cases}$
3.	Se presenta la gráfica de $g'(x)$.	

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
FACULTAD DE INGENIERIA **PRIMER EXAMEN PARCIAL**
MATEMATICA BASICA 2 11082015 **B**

TEMA 1 **(20 PUNTOS)**

a. ¿Para qué valor de k la función f es continua en todos los reales?

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & si \quad x \le k \\ 4x - 1 & si \quad x > k \end{cases}$$

b. Después de hallar el valor de k. Encuentre $f'(x)$ como una función, indicando su dominio.

TEMA 2 **(45 PUNTOS)**

a. Usando leyes de límites calcule:

$$i)\ \lim_{t \to 0} \frac{|3t-1| - |3t+1|}{t} \qquad ii)\ \lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2+x} - x}{5 + 2x} \qquad iii)\ \lim_{x \to 0} \frac{3x^2 - 2x}{2sen\, x}$$

b. Derive la función $f(x) = \sqrt{x}\ \tan\sqrt{\frac{1}{x}} + \left(\frac{2}{3}x^2 + x^3\right)^4$

c. Determine y'' si $y = e^{-x}\ \mathrm{sen}(3x)$

TEMA 4 **(20 PUNTOS)**

a. Encuentre la pendiente de la recta tangente a la curva $f(x) = 1 + \sqrt{x}$ utilizando la definición de derivada como límite .
b. Luego encuentre la ecuación de la recta tangente en el punto $(4, 3)$.

TEMA 5 **(15 PUNTOS)**

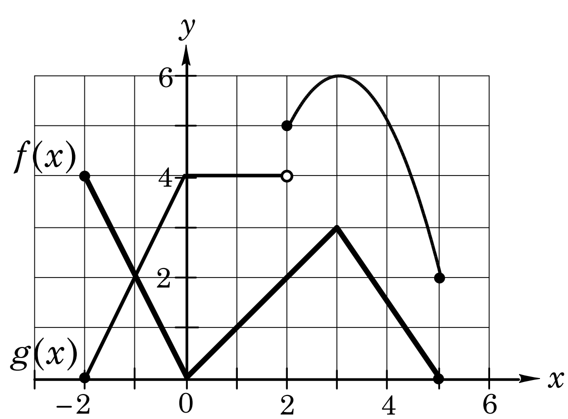
Si f & g son las funciones cuyas gráficas se muestran. Sea $h(x) = f\left(x^2\ g(x)\right)$

Hallar

a. $h'(-1)$

b. Para que valores de x no es derivable $g(x)$ y porqué. (sin explicación no tiene valor)

c. Esboce la gráfica de $f'(x)$



SOLUCIÓN DEL EXAMEN

TEMA 1 **(20 PUNTOS)**

a. ¿Para qué valor de $\boldsymbol{c}$ la función $\boldsymbol{k}$ es continua en todos los reales?

$$\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \boldsymbol{x^2+3} & \boldsymbol{si} \quad \boldsymbol{x \leq k} \\ \boldsymbol{4x-1} & \boldsymbol{si} \quad \boldsymbol{x > k} \end{cases}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Como primer paso para la solución del problema, centraremos el estudio de la continuidad de $\boldsymbol{f}$ en el valor $x = \boldsymbol{k}$. Para ello debemos de analizar si los tres requerimientos de continuidad se satisfacen en dicho valor. Dado que las ecuaciones que constituyen la función $\boldsymbol{f}$ son a su vez funciones continuas, el primer requisito está satisfecho. Para el segundo requisito debemos recordar que la existencia del límite implica que los limites laterales sean iguales, es decir $\lim_{x\to k} f(x)\ existe$	1. $f(k)\ esta\ definido$ 2. $\lim_{x\to k} f(x)\ existe$ 3. $\lim_{x\to k} f(x) = f(c)$ 4. $\lim_{x\to k^-} f(x) = \lim_{x\to k^+} f(x)$
2.	Para el miembro izquierdo de la ecuación 4, la forma funcional que adopta $\boldsymbol{f}$ es la expresión x^2+3 cuando $x \leq k$, por lo tanto.	$\lim_{x\to k^-} (x^2+3)$
3.	Este límite se puede evaluar utilizando la regla de sustitución directa lo que da origen a la siguiente ecuación.	$k^2+3 = L_1$
4.	Para el miembro derecho de la ecuación 4, la forma funcional que adopta $\boldsymbol{f}$ es la expresión $4x-1$ cuando $x > k$, por lo tanto.	$\lim_{x\to k^+} (4x-1)$
5.	Nuevamente, el límite se puede evaluar utilizando la regla de sustitución directa dejando la siguiente ecuación.	$4k-1 = L_2$
6.	Ahora podemos igualar los límites laterales L_1 y L_2 con lo cual obtenemos la ecuación.	$L_1 = L_2$ $k^2+3 = 4k-1$ $\mathrm{k}^2 - 4\mathrm{k} + 4 = 0$
7.	De la cual se desprende el siguiente resultado para el valor de la constante $\boldsymbol{c}$	$k = 2$

b. Después de hallar el valor de $\boldsymbol{c}$. Encuentre $\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{x})$ como una función, indicando su dominio.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Al realizar el proceso anterior, en donde se determino que para que la función $f(x)$ sea continua en los Reales, c toma el valor igual a 3, para el presente inciso se procede a derivar ambas partes de la función.	$f(x) = \begin{cases} x^2+3 & si \quad x \leq 2 \\ 4x-1 & si \quad x > 2 \end{cases}$
2.	Para determinar la derivada de $f(x)$ se aplican las reglas básicas de derivación. Cuando la función adopta la forma funcional de x^2+3, el término cuadrático es derivable y según la regla nos dice que al exponente se le debe restar 1 y el exponente original será el término constante que acompañe a dicha variable. Y para el término constante, su derivada es 0.	$\frac{d}{dx}\ x^2+3 = 2x$
3.	Cuando la función $f(x)$ adopta la forma funcional de $4x-1$, ambos términos son derivables debido a su continuidad, entonces según la regla de derivación, al primer término se le debe restar 1 a su exponente y multiplicarlo por el coeficiente constante que lo acompaña (en este caso 4), pero como el exponente es 1, al restarle 1 dará como resultado 0. Como toda expresión elevada a la potencia 0 da como resultado 1 y cualquier expresión multiplicada por 1 da como resultado el mismo número, entonces la derivada del primer término es 4. Y la derivada del término constante es 0.	$\frac{d}{dx}4x-1 = 4$

TEMA 2

b. Usando leyes de límites calcule:

$$\lim_{t\to 0}\frac{|3t-1|-|3t+1|}{t}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	El límite indicado no es posible evaluarlo por medio de sustitución directa, esto debido a que al realizarlos de esa manera se obtiene la forma indeterminada $\frac{0}{0}$, de tal manera que la expresión requiere un arreglo algebraico para que sea posible realizar la sustitución directa.	$L=\lim_{t\to 0}\frac{\|3t-1\|-\|3t+1\|}{t}=\frac{0}{0}$ (Por sustitución directa sin ningún arreglo)
2.	Se sabe que a partir de la teoría de los valores absolutos, éstos poseen una parte negativa y otra parte negativa. En el caso de la expresión $\|3t-1\|$ el valor de t que hace cero el valor absoluto es $\frac{1}{3}$, Entonces para valores mayores o iguales a $\frac{1}{3}$, la expresión tomará valores positivos y mientras sea menor que $\frac{1}{3}$ adaptará su valor negativo.	$\|3t-1\|=\begin{cases}3t-1 \; si \; t\geq 1/3\\ -3t+1 \; si \; t<1/3\end{cases}$
3.	De igual manera que el valor absoluto inicial, también se aplica la misma metodología para $\|3t+1\|$, la cual cuando t sea igual a $-\frac{1}{3}$ el valor absoluto se hace cero. Entonces para valores mayores o iguales a -$\frac{1}{2}$, la expresión tomará valores positivos y mientras sea menor que $-\frac{1}{2}$ adaptará su valor negativo.	$\|3t+1\|=\begin{cases}3t+1 \; si \; t\geq -1/3\\ -3t-1 \; si \; t<-1/3\end{cases}$
4.	Debido a que el límite que deseamos evaluar no indica que t tiende a cero, se debe seleccionar la parte correcta de cada valor absoluto que incluya al número 0. Por lo anteriormente mencionado, para la expresión $\|3t-1\|$ se selecciona su parte negativa, debido a que existe cuando $t<1/3$ ya que incluye al número cero. Por otra parte, de la expresión $\|3t+1\|$ se selecciona su parte negativa porque ésta existe cuando $t\geq -1/3$ ya que incluye al número 0.	$\|3t-1\|=-3t+1$ $\|3t+1\|=3t+1$

5.	Seguidamente de seleccionar los valores absolutos que satisfacen el valor de t cuando tiende a cero, se procede a sustituir dichos valores en la expresión del límite inicial.	$\mathrm{L} = \lim_{t \to 0} \frac{-3t + 1 - (3t + 1)}{t}$
6.	Al simplificar, los valores de 1 y -1 se cancelan.	$L = \lim_{t \to 0} \frac{-6t}{t}$
7.	Se cancela t en el numerador con t en el denominador.	$\mathrm{L} = \lim_{t \to 0} -6$
8.	Ahora ya es posible evaluar el límite por sustitución directa, pero como ya no se tiene ninguna variable t, el resultado es el número obtenido mediante la simplificación.	$L = -6$

$$\boldsymbol{ii)}\ \lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+\ x}-x}{5\ +\ 2x}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	El límite indicado no es posible evaluarlo por medio de sustitución directa, esto debido a que al realizarlos de esa manera se obtiene a la forma indeterminada $\frac{\infty}{\infty}$, de tal manera que la expresión requiere un arreglo algebraico para que sea posible realizar la sustitución directa.	$L=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+\ x}-x}{5\ +\ 2x}=\frac{\infty}{\infty}$ (Por sustitución directa sin ningún arreglo)
2.	Es posible dividir el numerador y el denominador entre la potencia más alta que posee la expresión, para el presente caso es x. De esta manera será posible eliminar algunos términos que contengan x.	$L=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{\sqrt{x^2+\ x}-x}{x}}{\frac{5\ +\ 2x}{x}}$ $=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{\sqrt{x^2+\ x}}{x}-\frac{x}{x}}{\frac{5}{x}+\frac{2x}{x}}$
3.	Recordando que si se tiene una fracción con una raíz de igual orden tanto en el numerador y denominador, se tiene una misma raíz para toda la fracción y que $x=\sqrt{(x)^2}$, es posible realizar la sustitución indicada.	$L=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{\sqrt{x^2+\ x}}{\sqrt{(x)^2}}-\frac{x}{x}}{\frac{5}{x}+\frac{2x}{x}}$ $=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{\frac{x^2+\ x}{x}}-\frac{x}{x}}{\frac{5}{x}+\frac{2x}{x}}$
4.	Ahora es posible eliminar las x que sean posibles en la expresión anterior por medio de cancelación.	$L=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{x}}-1}{\frac{5}{x}+\ 2}$
5.	En este momento ya no existe alguna forma para continuar simplificando la expresión. Por lo tanto es posible evaluar el límite por medio de sustitución directa	$L=\frac{\sqrt{1+\frac{1}{-\infty}}-1}{\frac{5}{-\infty}+\ 2}$

6.	El límite nos indica que x tiende al valor de infinito negativo. Esto quiere decir que x tiende a un valor muy grande del lado negativo, por lo tanto se debe tomar el valor negativo de la raíz. Además cualquier número dividido entre otro muy grande da como resultado una aproximación de cero.	$L = \frac{-\sqrt{1+0}-1}{0\ +\ 2}$
7.	Finalmente se simplifica la expresión obtenida.	L=-1

$$\boldsymbol{iii)}\ \lim_{x\to 0}\frac{3x^2-2x}{2senx}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	El límite indicado no es posible evaluarlo por medio de sustitución directa, esto debido a que al realizarlos de esa manera se obtiene a la forma indeterminada $\frac{0}{0}$, de tal manera que la expresión requiere un arreglo algebraico para que sea posible realizar la sustitución directa.	$L=\lim_{x\to 0}\frac{3x^2-2x}{2senx}=\frac{0}{0}$ (Por sustitución directa sin ningún arreglo)
2.	El numerador posee factores comunes, por lo tanto es posible realizar factorización de la variable *x*.	$L=\lim_{x\to 0}\frac{x(3x-2)}{2senx}$
3.	Se debe recordar que el valor del límite de x cuando tiende a 0 del seno de x sobre x o de manera inversa es igual a 0.	$\lim_{x\to 0}\frac{sen\ x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{sen\ x}=1$
4.	Debido a la identidad antes mencionada, es posible separa la fracción del límite a evaluar de la forma indicada.	$L=\lim_{x\to 0}\left(\frac{(3x-2)}{2}\right)\left(\frac{x}{\operatorname{sen}x}\right)$
5.	Sin poder realizar más sustituciones o arreglos algebraicos y teniendo en cuenta la identidad del paso 3, es posible realizar sustitución directa en los términos que contienen *x* por el valor de *x*.	$L=\left(\frac{(3(0)-2)}{2}\right)(1)$
6.	Se simplifica la expresión y se obtiene el resultado final.	$L=-1$

c. Derive la función $\boldsymbol{f(x) = \left(\frac{2\,x^2}{3} + x^3\right)^4 + \sqrt{x}\ \tan\sqrt{\frac{1}{x}}}$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se evaluarán por separado los miembros de la función. Iniciando con el primer miembro, el cual consiste de la suma de un binomio elevado a la potencia 3, por lo tanto es necesario aplicar la regla de la cadena. Esta regla consiste en reducir el grado de la expresión en 1 y multiplicar dicha expresión por el exponente original (en este caso 3), seguidamente se debe multiplicar por la derivada de los términos que contiene la expresión.	$\frac{d}{dx}\left(\frac{2\,x^2}{3} + x^3\right)^4$ $= 4\left(\frac{2x^2}{3} + x^3\right)^3 * \left(\frac{4x}{3} + 3x^2\right)$
2.	Para el segundo miembro de la función f que cuenta con el producto de dos términos, es necesario realizar la regla del producto. La cual consiste en derivar el primer término y multiplicarlo por el segundo término sin derivar, luego se le suma el primer término sin derivar y se multiplica por el segundo término derivado	$\frac{d}{dt}\sqrt{x}\ \tan\sqrt{\frac{1}{x}} = \left[\frac{d}{dx}\ \sqrt{x}\right] * \left[\tan\sqrt{\frac{1}{x}}\right]$ $+[\sqrt{x}] * \left[\frac{d}{dx}\tan\sqrt{\frac{1}{x}}\right]$
3.	Al evaluar el primer miembro de la suma, primero se deriva $\sqrt{x}$ y se multiplica por $\tan\sqrt{\frac{1}{x}}$, para obtener derivada de $\sqrt{x}$ es necesario aplicar la regla de la cadena como fue indicada en el paso 1.	$\left[\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right] * \left[\tan\sqrt{\frac{1}{x}}\right] =$ $\frac{1}{2}(x)^{-1/2}(1)\ \tan\sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\ \tan\sqrt{\frac{1}{x}}$
4.	Al evaluar el segundo miembro de la suma del paso 2, se debe derivar $\tan\sqrt{\frac{1}{x}}$, se debe recordar que la derivada de $Tan\,(ax) = a(Sec^2\,x)$ ósea la derivada del término que contiene la tangente se multiplica por la secante cuadrada del término original que contiene la tangente, y dicho resultado multiplicarlo por $(\sqrt{x})$. Como dentro de la tangente se encuentra un término con radical, se debe aplicar la regla de la cadena como en el paso 1 y 3.	$[\sqrt{x}] * \left[\frac{d}{dx}\tan\sqrt{\frac{1}{x}}\right] =$ $\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x}\right)^{3/2}\left(Sec^2\left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)\right)(\sqrt{x})$

5.	Entonces se procede a sumar todos los miembros obtenidos y se simplifica la expresión realizando las respectivas cancelaciones y reducción de términos semejantes respectivos para obtener el resultado final.	$f'(x) = 4\left(\frac{2x^2}{3} + x^3\right)^3 * (\frac{4x}{3} + 3x^2)$ $+ \frac{1}{2\sqrt{x}} \tan\sqrt{\frac{1}{x}} - \frac{1}{2x}\left(Sec^2\left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)\right)$

c. Determine $\boldsymbol{y''}$ si $\boldsymbol{y = e^{-x}\,\mathrm{Sen}(3x)}$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se principia derivando la función f que cuenta con el producto de dos términos, por lo cual es necesario realizar la regla del producto. La cual consiste en derivar el primer término y multiplicarlo por el segundo término sin derivar, luego se le suma el primer término sin derivar y se multiplica por el segundo término derivado	$y' = \frac{d}{dx}e^{-x}\ Sen(3x)$ $= \left[\frac{d}{dx}e^{-x}\ \right] * [sen(3x)]$ $+[e^{-x}] *\ \left[\frac{d}{dx}sen(3x)\right]$
2.	Se debe recordar que la variable exponencial es el derivado de sí mismo con el signo de su exponente y multiplicado por el término constante que acompañe a su mismo exponente. Por su parte la derivada del seno es el coseno multiplicado por la derivada del término que contenga. Al realizar las derivadas correspondientes en ambos lados de la suma de la expresión anterior se obtiene.	$\frac{d}{dx}e^{-x} = -e^{-x}$ $\frac{d}{dx}sen(3x) = 3cos(3x)$ $y' = -e^{-x}Sen(3x) + 3e^{-x}Cos(3x)$
3.	Como el presente ejercicio nos pide que encontremos la segunda derivada de y se debe derivar la función obtenida en el paso anterior. Se observa que se compone de una suma de dos productos, por lo tanto se debe aplicar la regla del producto en cada miembro de la expresión y sumarlos.	$y'' = \frac{d}{dx}y' = \frac{d}{dx}[-e^{-x}Sen(3x)$ $+3e^{-x}Cos(3x)]$ $= \left[\frac{d}{dx}[-e^{-x}][Sen(3x)] + [-e^{-x}]\frac{d}{dx}[Sen(3x)]\right]$ $+\left[\left[\frac{d}{dx} - 2e^{-x}\right][Cos(3x)] + [-2e^{-x}][\frac{d}{dx}Cos(3x)]\right]$
4.	Al realizar las derivaciones y productos correspondientes, teniendo en cuenta las identidades del paso 2 se obtiene la expresión correspondiente a la segunda derivada de y.	$y'' = e^{-x}Sen(3x) - 3e^{-x}Cos(3x)$ $-3e^{-x}Cos(3x) - 9e^{-x}Sen(3x)$

5.	Al simplificar la anterior expresión mediante la reducción de términos semejantes copiando la base y exponentes y sumando los coeficientes, se consigue finalmente la respuesta al presente ejercicio.	$y'' = -6e^{-x}Cos(3x) - 8e^{-x}Sen(3x)$

TEMA 4

b. Encuentre la pendiente de la recta tangente a la curva $\boldsymbol{f(x) = 1 + \sqrt{x}}$ utilizando la definición de derivada como límite.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Conocemos que la derivada de una función es la pendiente de la recta tangente que corta la gráfica de la función original en algún punto. Como se necesita hallar la pendiente mediante la derivada como límite, entonces se emplea la definición de la derivada.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
2.	$f(x+h)$ Indica que cada término de la función f que contenga x deberá sumársele h, entonces se procede a sustituir los valores en la función de la derivada por definición.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{(1+\sqrt{x+h}\,)-(1+\sqrt{x})}{h}$
3.	Se suprimir los signos de agrupación del numerador y se reducen los términos semejantes que sean posibles.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$
4.	Como la expresión que se obtuvo en el paso 3 no le es posible aplicarse la sustitución directa, debido a que se obtiene la forma indeterminada $\frac{0}{0}$ es necesario realizar arreglos algebraicos para así aplicar la sustitución directa. Para lo anteriormente dicho se procede a racionalizar el numerador multiplicando ambos miembros de la fracción por su conjugado.	$\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h} = \frac{0}{0}$ (Por sustitución directa sin ningún arreglo) $f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h} * \frac{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}$
5.	Se realiza el producto indicado en ambos miembros de la fracción.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$
6.	Se cancela x del numerador.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{h}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$
7.	Ahora es posible cancelar la h del numerador y denominador.	$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}$

8.	Ya no es posible realizar ningún arreglo algebraico adicional por lo que se aplica la sustitución directa cuando h tiende a 0	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+0}+\sqrt{x}}$
9.	Simplificando la expresión se obtiene la pendiente de la recta tangente que corta la función f.	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

b. Luego encuentre la ecuación de la recta tangente en el punto $(\mathbf{4},\mathbf{3})$.

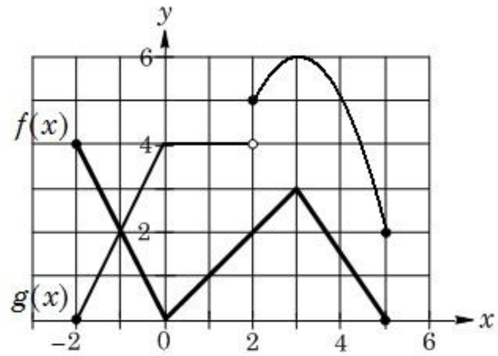
No.	**Explicación**	**Operatoria**
1.	Para hallar la ecuación de la recta tangente en el punto (4,3) se debe utilizar la ecuación de punto pendiente.	$y - y_1 = m(x - x_1)$
2.	Para este caso $x_1 = 4$, mientras que $y_1 = 3$ y finalmente la pendiente m es igual a la derivada encontrada en el inciso anterior ($\frac{1}{2\sqrt{x}}$).	$y - 3 = \frac{1}{2\sqrt{x}}(x-4)$
3.	Simplificando la expresión y derivando para y se obtiene la ecuación de la recta tangente en el punto (4,1).	$y = \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{2}{\sqrt{x}} + 3$

TEMA 5

Si $\boldsymbol{f}$ & $\boldsymbol{g}$ son las funciones cuyas gráficas se muestran. Sea $\boldsymbol{h(x) = f\left(x^2\ g(x)\right)}$

Hallar:

a. $\boldsymbol{h'(-1)}$



No.	Explicación	Operatoria
1.	Primero iniciamos aplicando la regla de la cadena a la función $h(x)$ para obtener $h'(x)$.	$h'(x) = f\left(x^2 g(x)\right)\frac{d}{dx}(x^2 g(x))$
2.	Luego es necesario aplicar la regla del producto en la derivad indicada.	$h'(x) = f'\left(x^2 g(x)\right)(2xg(x) + x^2 g'(x))$
3.	Seguidamente se evalúa la función para -1.	$h'(-1) = f'\left((-1)^2 g(-1)\right)(2(-1)g(-1)$ $+(-1)^2 g'(-1))$
4.	Al observar las gráficas se puede observar que el valor de *g(x)* cuando *x=1* es *2* y que la recta correspondiente a ese tramo, tiene como pendiente $-2x$ que al evaluarla en -1 el resultado es 2.	$g(-1) = 2; g'(x) = 2$
5.	Entonces se sustituyen los valores indicados en el anterior paso en la expresión del paso 2.	$h'(-1) = f'(2)(-2*2+2) = f'(2)(-2)$
6.	Se observa en la gráfica de *f(x)* que en el tramo entre 0 y 3 que la pendiente es *x* por lo tanto el valor de la derivada de *f(x)* evaluada en 2 es 1.	$f'(2) = 1$
7.	Se sustituye el valor encontrado en el paso 6 sobre la expresión del paso 5 para obtener la respuesta final.	$h'(-1) = -2$

a. Para que valores de x no es derivable $\boldsymbol{g(x)}$ y por qué. (sin explicación no tiene valor)

No.	Explicación	Operatoria
1.	No es derivable cuando x tiende a 0, debido que a pesar de que el límite existe y por ambos lados es 4. Por la derecha posee pendiente igual a 0, la cual no es posible derivar.	$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$ Pero $m = 0$ por la derecha.
2.	No es derivable cuando x toma el valor de 2, debido a que el límite por la izquierda es desigual al límite por la derecha.	$\lim_{n\to 2^-} g(x) = \lim_{n\to 2^+} g(x)$ $\lim_{n\to 2^-} 4 = \lim_{n\to 2^+} -(x-3)^2 + 6$ $4 \neq 5$

b. Esboce la gráfica de $\boldsymbol{f'(x)}$

No.	Explicación	Operatoria
1.	La función $f(x)$ es una función por trozos, los cuales se indican en la siguiente expresión.	$f(x) = \begin{cases} -2x & si\ -2 \le x \le 0 \\ x & si\ 0 \le x \le 3 \\ \frac{3}{2}x + \frac{15}{2} & si\ 3 \le x \le 5 \end{cases}$
2.	Al derivar la función por trozos obtenemos las siguientes expresiones.	$f'(x) = \begin{cases} -2 & si\ -2 \le x < 0 \\ 1 & si\ \ 0 < x < 3 \\ \frac{3}{2} & si\ \ 3 < x \le 5 \end{cases}$
3.	Se presenta la gráfica de $f'(x)$