

PROBLEMA RESUELTO 2

Calcule la integral definida

$$\int_{-3}^3 (x^2 - |x + 1|) dx$$

Solución

Cuando una función contiene valor absoluto, hay que descomponer el mismo en una función de varias fórmulas, utilizando la definición de valor absoluto

$$|x + 1| = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } x < -1 \\ x + 1 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

Para calcular la integral será necesario dividirla en dos integrales utilizando una de las propiedades de la integral definida

$$\int_{-3}^3 (x^2 - |x + 1|) dx = \int_{-3}^{-1} (x^2 - |x + 1|) dx + \int_{-1}^3 (x^2 - |x + 1|) dx$$

Ahora se sustituye la parte que corresponde al valor absoluto en cada una de las integrales

$$\begin{aligned} \int_{-3}^3 (x^2 - |x + 1|) dx &= \int_{-3}^{-1} (x^2 - (-x - 1)) dx + \int_{-1}^3 (x^2 - (x + 1)) dx \\ &= \int_{-3}^{-1} (x^2 + x + 1) dx + \int_{-1}^3 (x^2 - x - 1) dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right]_{-3}^{-1} + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x \right]_{-1}^3 \\ &= \left[\left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1 \right) - \left(-\frac{27}{3} + \frac{9}{2} - 3 \right) \right] + \left[\left(\frac{27}{3} - \frac{9}{2} - 3 \right) - \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 \right) \right] \\ &= \left(-\frac{5}{6} \right) - \left(-\frac{15}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} \right) - \left(\frac{1}{6} \right) \\ &= 7 \end{aligned}$$
