

Ejercicios sobre la regla de L'Hopital

En los ejercicios 1 a 36 encuentre los intervalos donde la función dada es creciente, intervalos donde es decreciente, intervalos donde es cóncava hacia arriba, intervalos donde es cóncava hacia abajo, máximos y mínimos locales, puntos de inflexión, asíntotas horizontales y verticales. Trace la gráfica.

1. $f(x) = -3x^5 + 5x^3$

2. $f(x) = x^4 + 4x^3$

3. $f(x) = x^4 - 2x^3 - 8x + 16$

4. $f(x) = x(x - 4)^3$

5. $f(x) = 6x^4 + 2x^3 - 12x^2 + 3$

6. $f(x) = x^{1/3} + 2x$

7. $f(x) = x^{8/3} - 20x^{2/3}$

8. $f(x) = 3x^{5/3} - 15x^{2/3}$

9. $f(x) = x - 3x^{1/3}$

10. $f(x) = x^{1/3}(x - 3)$

11. $f(x) = x - \frac{9}{x}$

12. $f(x) = \frac{4}{x^2 + 4}$

13. $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4}$

14. $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

15. $f(x) = \frac{x^2}{4x - 1}$

16. $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$

17. $f(x) = \frac{x - 1}{x + 2}$

18. $f(x) = x^{1/2} - \frac{1}{4}x$

19. $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

20. $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$

21. $f(x) = x\sqrt{x - 6}$

22. $f(x) = (x + 1)^{2/3}(x - 2)^{1/3}$

23. $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$

24. $f(x) = x^2\sqrt{4 - x}$

25. $f(x) = 2x - \ln x$

26. $f(x) = \ln(x^2 + 2)$

27. $f(x) = \text{sen } 3x, \quad [0, \pi]$

28. $f(x) = \cos 2x - 2, \quad [0, 2\pi]$

29. $f(x) = \text{sen } x - \cos x, \quad [0, 2\pi]$

30. $f(x) = 2\text{sen } x + \text{sen } 2x, \quad [0, 2\pi]$

31. $f(x) = xe^{-x}$

32. $f(x) = e^{-x^2}$

33. $f(x) = x\sqrt{16 - x^2}$

34. $f(x) = x\sqrt{x^2 - 16}$

35. $f(x) = e^x \cos x, \quad [0, 2\pi]$

36. $f(x) = e^{-x} \text{sen } x, \quad [0, 2\pi]$

En los problemas 37 a 44, trace la gráfica de una función que satisfice las condiciones dadas

37. $f'(x) = 2$ si $x < 0$, $f'(x) < 0$ si $0 < x < 1$, $f'(x) > 0$ si $x > 1$;
 $f''(x) > 0$ si $0 < x < 2$, $f''(x) < 0$ si $x > 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

38. $f(-1) = 0, f(0) = 2, f(2) = 0,$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+, \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4^-$$

$$f'(0) = 0, \quad f'(2) = 0, \quad f'(x) > 0 \text{ en } (-\infty, -2), (-2, 0) \text{ y } (2, \infty)$$

$$f''(1) = 0, \quad f''(3) = 0, \quad f''(x) > 0 \text{ en } (-\infty, -2) \text{ y } (1, 3), \quad f''(x) < 0 \text{ en } (-2, 1) \text{ y } (3, \infty)$$

39. $f(0) = -3, f(3) = 5.$

$$f'(0) = 0, \quad f'(3) \text{ no existe}, \quad f'(x) > 0 \text{ si } 0 < x < 3, \quad f'(x) < 0 \text{ si } x < 0 \text{ \& } x > 3.$$

$$f''(-2) = 0, \quad f''(x) > 0 \text{ si } -2 < x < 3 \text{ \& } x > 3, \quad f''(x) < 0 \text{ si } x < -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$$

40. $f'\left(-\frac{5}{2}\right) = 0, \quad f'(4) = 0$

$$f'(x) > 0 \text{ en } \left(-\infty, -\frac{5}{2}\right) \text{ y } (4, \infty); \quad f'(x) < 0 \text{ en } \left(-\frac{5}{2}, 4\right)$$

$$f''(x) > 0 \text{ en } (-1, 0) \text{ y } (2, 5); \quad f''(x) < 0 \text{ en } (-\infty, -1), (0, 2) \text{ y } (5, \infty)$$

41. $f(0) = -1, \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0,$

$$f'(x) > 0 \text{ para toda } x,$$

$$f''(x) > 0, \quad \text{si } (2n-1)\frac{\pi}{2} < x < (2n+1)\frac{\pi}{2}, \quad n \text{ par}$$

$$f''(x) < 0, \quad \text{si } (2n-1)\frac{\pi}{2} < x < (2n+1)\frac{\pi}{2}, \quad n \text{ impar}$$

42. $f(-x) = -f(x)$

$$\text{Asíntota vertical } x = 3, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

$$f''(x) > 0 \text{ si } x > 3, \quad f''(x) < 0 \text{ si } 0 < x < 3$$

43. $f'(-2) = 0, \quad f''(-2) = 0, \quad f'(1) = -1, \quad f''(1) = 0, \quad f'(3) = 0,$

$$f''(x) > 0 \text{ si } x < -2, \quad f''(x) < 0 \text{ si } -2 < x < 1, \quad f''(x) > 0 \text{ si } x > 3$$

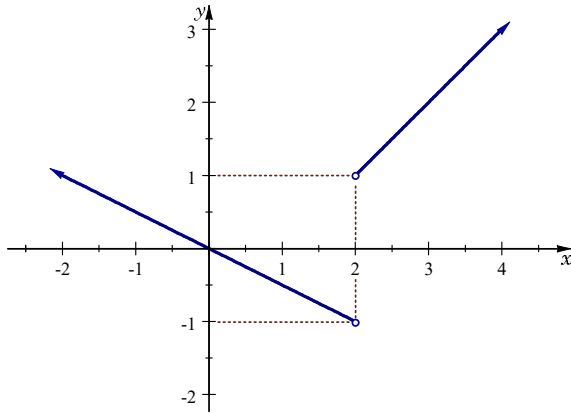
44. $f'(-3) > 0, \quad f''(-3) = 0, \quad f'(0) = 1, \quad f''(0) = 0, \quad f'(2) = 0, \quad f'(5) \text{ no existe}$

$$f''(x) < 0 \text{ si } x < -3, \quad f''(x) > 0 \text{ si } -3 < x < 0,$$

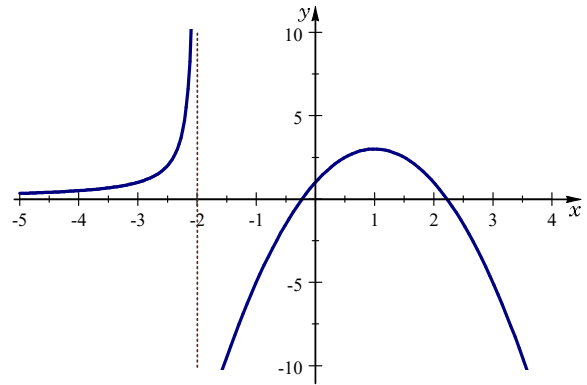
$$f''(x) < 0 \text{ si } 0 < x < 5, \quad f''(x) > 0 \text{ si } x > 5$$

En los ejercicios 45 a 50 se muestra la gráfica de la primera derivada de una función f . Encuentre los intervalos donde la función es creciente, intervalos donde es decreciente, intervalos donde es cóncava hacia arriba, intervalos donde es cóncava hacia abajo, máximos y mínimos locales, puntos de inflexión, asíntotas horizontales y verticales. Trace la gráfica de la función f .

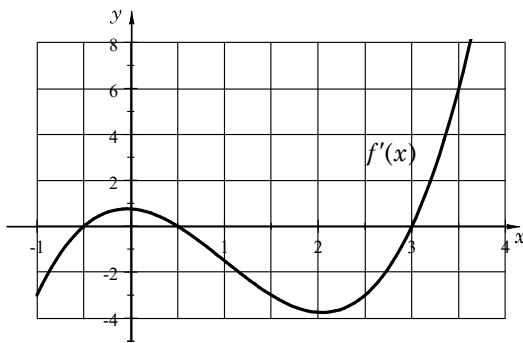
45.



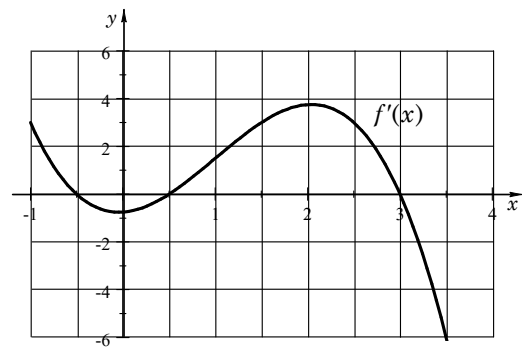
46.



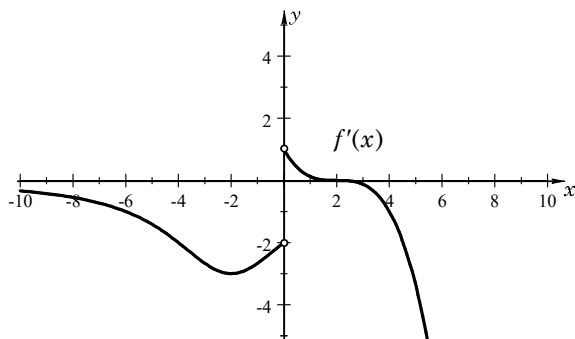
47.



48.



49.



50.

