

Ejercicios sobre teorema de Rolle y del valor medio

En los ejercicios 1 a 16, determine si la función satisface las condiciones del teorema de Rolle sobre el intervalo indicado. En caso afirmativo, determine todos los valores de c que satisfacen el teorema. En el caso que alguna condición no se cumpla, indique cual de ellas es. Ilustre su resultado dibujando la gráfica de la función en el intervalo indicado.

1. $f(x) = x^2 - 4x + 3$; $[1, 3]$

2. $f(x) = x^3 + 27$; $[-3, 2]$

3. $f(x) = x^3 + x^2$; $[-1, 0]$

4. $f(x) = x(x - 2)^2 + x^2$; $[0, 2]$

5. $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$; $[1, 2]$

6. $f(x) = \operatorname{sen} x$; $[-\pi, 0]$

7. $f(x) = \operatorname{sen} 2x$; $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

8. $f(x) = 2\cos^2 x$; $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

9. $f(x) = x^{4/3} - 3x$; $[0, 3]$

10. $f(x) = x^{3/4} - 2x^{1/4}$; $[0, 4]$

11. $f(x) = \tan x$; $[0, \pi]$

12. $f(x) = 1 - |x|$; $[-1, 1]$

13. $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 3}$; $[-2, 1]$

14. $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x}$; $[-2, 1]$

15. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < 1, \\ 5x - 8 & \text{si } x \geq 1, \end{cases}$ $\left[-2, \frac{8}{5}\right]$

16. $f(x) = \begin{cases} 3x + 6 & \text{si } x < 1, \\ x - 4 & \text{si } x \geq 1, \end{cases}$ $[-2, 4]$

En los ejercicios 17 a 32, determine si la función satisface las condiciones del teorema del valor medio sobre el intervalo indicado. En caso afirmativo, determine todos los valores de c que satisfacen el teorema. En el caso que alguna condición no se cumpla, indique cual de ellas es. Ilustre su resultado dibujando la gráfica de la función en el intervalo indicado.

17. $f(x) = x^2$; $[0, 3]$

18. $f(x) = x^3 + x$; $[1, 3]$

19. $f(x) = x^4 - 2x^2$; $[-3, 3]$

20. $f(x) = x^3 + x^2 - x$; $[-2, 1]$

21. $f(x) = x^{2/3}$; $[0, 1]$

22. $f(x) = x^{1/3} - x$; $[-8, 1]$

23. $f(x) = \frac{1}{2x}$; $[1, 3]$

24. $f(x) = \frac{x^2 + 4x}{x - 7}$; $[2, 6]$

25. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$; $[1, 3]$

26. $f(x) = 1 + \sqrt{x}$; $[0, 4]$

27. $f(x) = \sqrt{4x+1}$; $[2, 6]$

28. $f(x) = \operatorname{sen} x$; $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

29. $f(x) = \tan 2x$; $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

30. $f(x) = \sqrt{1 + \operatorname{sen} x}$; $[0, \pi]$

31. $f(x) = \frac{4}{(x-3)^2}$; $[1, 6]$

32. $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x < 1, \\ 15 - 2x & \text{si } x \geq 1, \end{cases}$ $[-1, 5]$