

Ejercicios sobre linealización y diferenciales

1. Obtenga una aproximación lineal de la función $f(x) = \sqrt{x}$ en el punto donde $x = \frac{1}{9}$ y utilícela para estimar el valor de $\sqrt{\frac{1}{10}}$.
2. Obtenga una aproximación lineal de la función $f(x) = \sqrt[3]{x}$ en el punto donde $x = \frac{1}{8}$ y utilícela para estimar el valor de $\sqrt[3]{\frac{1}{9}}$.
3. Obtenga una aproximación lineal de la función $f(x) = \tan x$ en $a = \frac{\pi}{4}$: utilice la aproximación lineal para estimar el valor de $\tan 46^\circ$.
4. Obtenga una aproximación lineal de la función $f(x) = \cos 2x$ en $a = \frac{\pi}{4}$: utilice la aproximación lineal para estimar el valor de $\cos 43^\circ$.
5. Obtenga una aproximación lineal de la función $f(x) = \ln x$ en $a = 1$: utilice la aproximación lineal para estimar el valor de $\ln(1.05)$.
6. Encuentre el valor aproximado de $5^{3/2}$ utilizando una aproximación lineal.
7. Utilice una aproximación lineal para aproximar $\sqrt{54}$.
8. Utilice diferenciales o una aproximación lineal para aproximar el valor de $\sqrt{25.4}$.
9. Encuentre una aproximación lineal de la función $f(x) = \sqrt{1-x}$ en $x = 0$. Utilice la aproximación lineal para estimar $\sqrt{0.95}$.
10. Encuentre una aproximación lineal para la función $f(x) = \sqrt[3]{1-4x}$ en $a = 0$ y utilice dicha aproximación para calcular $\sqrt[3]{-5}$.
11. Utilice diferenciales o bien una aproximación lineal para estimar el valor de $\sqrt[6]{65}$.
12. Se ha medido el lado de un cubo en 12 pulgadas con un error de 0.03 pulgadas.
 - a. Calcule el error exacto cometido al calcular el volumen del cubo.
 - b. Utilice diferenciales para aproximar el error cometido al calcular el volumen.
 - c. Aproxime el porcentaje del error en el cálculo del volumen.
 - d. Estimar el máximo error porcentual admisible en la medida del lado para que el error cometido al calcular el volumen no supere el 2.5%
12. Un contratista acuerda pintar los dos lados de 1000 señales circulares, cada una de 3 m de radio. Al recibir las señales, se descubrió que éstas tienen 1 centímetro más de radio. Use diferenciales para determinar el incremento porcentual aproximado de pintura que se necesitará.
13. La circunferencia de una esfera ($c = 2\pi r$) se midió como 84 cm, con un error posible en la medida de la circunferencia de 0.5 cm. Use diferenciales para estimar el error máximo en el área superficial y el error relativo.

14. Una ventana tiene la forma de un cuadrado coronada por un semicírculo. Si el lado del cuadrado mide 60 centímetros, con un error posible en la medición de 0.1 centímetros.
 - a. Calcule el error exacto cometido al calcular el área de la ventana.
 - b. Utilice diferenciales para estimar el error al calcular el área de la ventana.
15. Se mide la arista de un cubo como 30 centímetros, con un error posible en la medición de 0.1 cm. Utilice diferenciales para estimar el error total y el error relativo al calcular
 - a. El volumen del cubo.
 - b. El área superficial del cubo.
16. Un cono tiene un radio r igual a su altura h . Utilice diferenciales para estimar cuanto aumenta su volumen cuando su radio y su altura aumenta en 0.001 unidades.
17. Para calcular el área de un triángulo se miden dos lados y el ángulo entre ellos, las medidas de los lados son 10 y 4 m, mientras que por imprecisiones del instrumento de medida, el ángulo mide 45° con un error de 1° . Use diferenciales para aproximar el error porcentual cometido en el cálculo del área.
18. Un tubo de metal mide 3 metros de longitud. Utilice diferenciales para estimar el volumen del material utilizado en la fabricación del tubo si el radio interior mide 10 centímetros y el grosor del metal es de 2 milímetros.
19. Un tanque de almacenamiento de gasolina en forma de cilindro circular recto mide 5 metros de altura. El radio mide 8 metros con un error en la medición de 0.25 metros.
 - a. Utilice diferenciales para estimar el error en el cálculo del volumen.
 - b. Calcule el error porcentual en el cálculo del volumen.
20. Una ventana tiene la forma de un cuadrado con un triángulo equilátero sobrepuesto, de tal forma que uno de los lados del cuadrado coincide con un lado del triángulo equilátero. El lado del cuadrado tiene una longitud de 2 metros, con un error en su medición de 0.5 cm. Utilice diferenciales para estimar el error porcentual en la medida del área total de la ventana.
21. El techo de un teatro tiene forma de una semiesfera de 30 metros de radio. Por problemas de filtraciones el techo será revestido por una capa impermeabilizante de 3 milímetros de espesor.
 - a. Calcule el volumen exacto del material utilizado.
 - b. Utilice diferenciales para estimar para estimar la cantidad de material.
22. una copa en forma de cono circular recto invertido tiene 10 centímetros de altura y 8 centímetros de ancho en la parte superior. La copa se llena con agua hasta una profundidad de 9 centímetros. Un cubo de hielo de 3 centímetros de lado se suelta dentro de la copa con agua. Utilice diferenciales para establecer el agua en la copa se derrama.
23. Los 6 lados de una caja cúbica de metal miden 0.25 pulgadas de grueso y el volumen del interior de la caja es de 60 pulgadas cúbicas.
 - a. Calcule el valor exacto del volumen del material utilizado en su construcción
 - b. Utilice diferenciales para estimar la cantidad de material usado en su construcción.