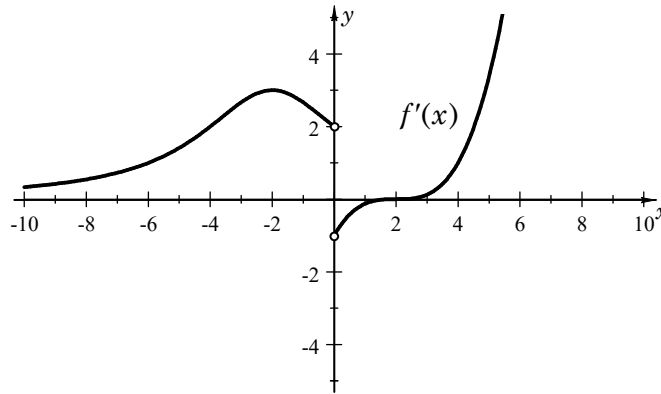


PROBLEMA RESUELTO 5

La figura muestra la gráfica de la derivada de una función continua f . Encuentre los intervalos donde la función f es creciente, intervalos donde es decreciente, los máximos y mínimos relativos de la función, intervalos donde es cóncava hacia arriba, intervalos donde es cóncava hacia abajo, puntos de inflexión. Dibuje la gráfica de $f(x)$



Solución

En este problema es similar al problema resuelto 4, con la diferencia que las características de la función las tenemos que obtener de su derivada.

Recuerde que una función es creciente si su derivada es positiva, es decreciente si su derivada es negativa.

Para obtener la concavidad se utilizará el hecho de que la segunda derivada está dada por la pendiente de la primera derivada.

Se recomienda seguir el mismo procedimiento utilizado en los ejemplos anteriores, es decir, primero obtener los valores críticos, luego construir los intervalos y por medio de una tabla hacer un estudio de cada uno de los intervalos, basándose en la información proporcionada.

Los valores críticos de la primera derivada se obtienen donde la derivada es cero o bien donde la derivada no existe, estos son

$$x = 0 \text{ y } x = 2$$

Los valores críticos de la segunda derivada se obtienen donde la segunda derivada es cero, es decir donde la pendiente de la primera derivada es cero o bien no existe. Estos valores son

$$x = -2, \quad x = 0 \text{ y } x = 2$$

Los intervalos donde se debe realizar el análisis son

$$(-\infty, -2), \quad (-2, 0), \quad (0, 2), \quad (2, +\infty)$$

Ahora debemos construir la tabla, en donde se analiza el comportamiento de la función en cada intervalo, los signos correspondientes a la primera y segunda derivada se obtienen de la gráfica de la derivada.

Intervalo	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	Conclusión
$(-\infty, -2)$		+	+	Creciente, cóncava hacia arriba
$x = -2$		+	0	creciente, punto de inflexión
$(-2, 0)$		+	-	Creciente, cóncava hacia abajo
$x = 0$		\neq	\neq	Máximo relativo, punto anguloso
$(0, 2)$		-	+	Decreciente, cóncava hacia arriba
$x = 2$		0	0	Mínimo relativo
$(2, +\infty)$		+	+	Creciente, cóncava hacia arriba

Al trazar la gráfica de una función que satisface las condiciones anteriores, se obtiene una figura similar a la siguiente

