

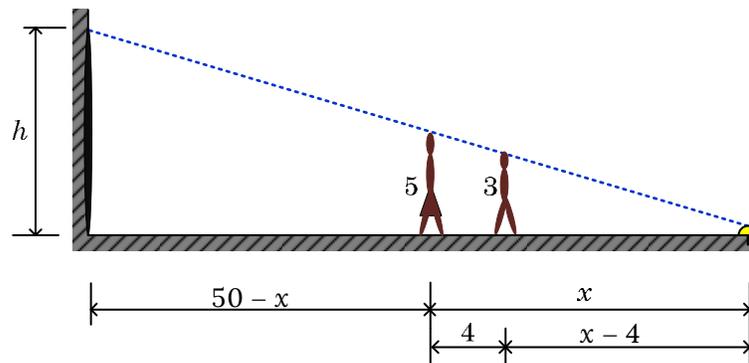
## PROBLEMA RESUELTO 6

Una niña que mide 5 pies de altura camina a razón de 4 pies por segundo, alejándose de un reflector en el piso. Su hermanito que mide 3 pies de altura va detrás de ella a una distancia de 4 pies. A medida que los niños se alejan del reflector su sombra se proyecta en una pared vertical que se encuentra a 50 pies de distancia del reflector.

- A que distancia se encuentra la niña del reflector cuando la sombra en la pared es exactamente la misma para ella y su hermanito.
- ¿A que razón cambia la longitud de la sombra cuando la niña está a 25 pies del reflector?
- ¿A que razón cambia la longitud de la sombra cuando la niña está a 8 pies del reflector?

### Solución

- La siguiente figura muestra el momento en el cual la luz que produce el reflector en el suelo pasa justamente por encima de la cabeza de los dos niños

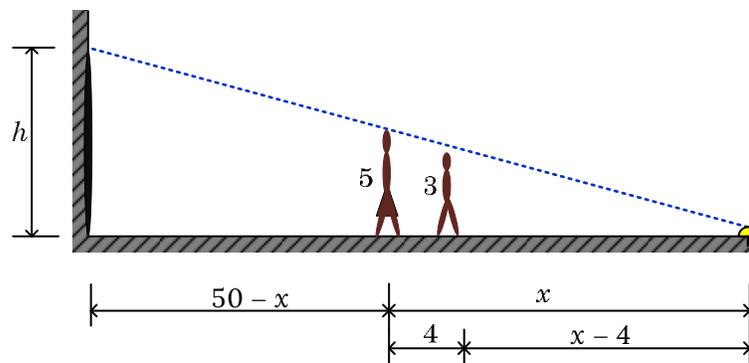


Utilizando semejanza de triángulos para determinar el valor de  $x$

$$\begin{aligned}\frac{x}{5} &= \frac{x-4}{3} \\ 3x &= 5x - 20 \\ 2x &= 20 \\ x &= 10\end{aligned}$$

Cuando la niña está a diez pies del reflector la sombra en la pared es la misma para ambos niños.

- Cuando la niña está a 25 pies del reflector, la sombra es producida solo por la niña como se muestra en la figura siguiente,



Utilizando semejanza de triángulos para establecer la relación entre la longitud de la sombra  $h$  y la distancia  $x$

$$\frac{h}{50} = \frac{5}{x}$$

$$xh = 250$$

Derivando la ecuación con respecto al tiempo y despejando la razón de cambio buscada

$$D_t(xh) = D_t(250)$$

$$xD_t h + hD_t x = 0$$

$$D_t h = \frac{-hD_t x}{x}$$

Calculando  $h$  cuando  $x = 25$

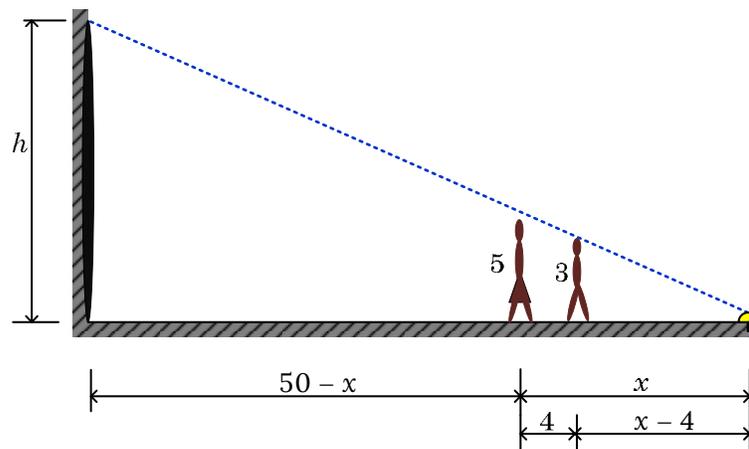
$$h = \frac{250}{x} = \frac{250}{25} = 10$$

Calculando la razón a la cual cambia la longitud de la sombra

$$D_t h = \frac{-hD_t x}{x} = \frac{-(10)(4)}{25} = -\frac{40}{25} = -\frac{8 \text{ pies}}{5 \text{ seg}}$$

Entonces la longitud de la sombra está disminuyendo a razón de 1.6 pies por segundo

- c. Cuando la niña está a 8 pies del reflector, la sombra en la pared es producida únicamente por su hermanito, como se muestra en la figura siguiente



Utilizando semejanza de triángulos para establecer la relación entre la longitud de la sombra  $h$  y la distancia  $x$  para esta situación

$$\frac{h}{50} = \frac{3}{x-4}$$

$$(x-4)h = 150$$

Derivando la ecuación con respecto al tiempo y despejando la razón de cambio buscada

$$D_t[(x-4)h] = D_t(150)$$

$$(x-4)D_t h + h(D_t x) = 0$$

$$D_t h = \frac{-hD_t x}{x-4}$$

Calculando  $h$  cuando  $x = 8$

$$h = \frac{150}{x-4} = \frac{150}{8-4} = \frac{150}{4} = 37.5$$

Calculando la razón a la cual cambia la longitud de la sombra

$$D_t h = \frac{-h D_t x}{x-4} = \frac{-(37.5)(4)}{8-4} = -\frac{(37.5)(4)}{4} = -37.5 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

Entonces la longitud de la sombra está disminuyendo a razón de 37.5 pies por segundo