

PROBLEMA RESUELTO 5

Calcule la integral indefinida

$$\int \frac{x-3}{\sqrt{x+2}} dx$$

Solución

Haciendo la sustitución

$$u = x + 2$$

El diferencial de u es

$$du = d(x + 2)$$

$$du = dx$$

Observe que el numerador de la función $x - 3$ no se puede obtener directamente del diferencial como en los ejemplos anteriores, sin embargo, se puede despejar x como se muestra a continuación

$$u = x + 2$$

$$u - 2 = x$$

La integral expresada en términos de u queda expresada como

$$\begin{aligned} \int \frac{x-3}{\sqrt{x+2}} dx &= \int \frac{(u-2)-3}{u^{1/2}} du \\ &= \int u^{-1/2}(u-5) du \\ &= \int (u^{1/2} - 5u^{-1/2}) du \end{aligned}$$

Utilizando la regla de la potencia se tiene

$$\begin{aligned} \int \frac{x-3}{\sqrt{x+2}} dx &= \frac{u^{3/2}}{\frac{3}{2}} - \frac{u^{1/2}}{\frac{1}{2}} + c \\ &= \frac{2}{3}u^{3/2} - 2u^{1/2} + c \end{aligned}$$

Expresando la respuesta en términos de x

$$\begin{aligned} \int \frac{x-3}{\sqrt{x+2}} dx &= \frac{2}{3}(x+2)^{3/2} - 2(x+2)^{1/2} + c \\ &= \frac{2}{3}(x+2)^{1/2}((x+2)-3) + c \\ &= \frac{2}{3}(x+2)^{1/2}(x-1) + c \end{aligned}$$
