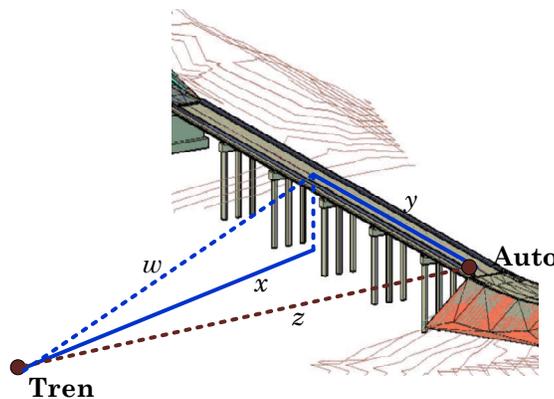


PROBLEMA RESUELTO 4

Una autopista, con dirección este-oeste pasa sobre las vías de un tren por medio de un puente que está a 30 metros sobre la vía del tren, que va en una dirección norte-sur. Un automóvil pasa sobre el puente viajando hacia el este a 72 kilómetros por hora justo en el momento en el cual un tren avanza sobre la vía en dirección sur a una velocidad de 108 kilómetros por hora. ¿Con qué rapidez se separan 20 segundos después?

Solución

La figura muestra el auto y el tren, cierto tiempo después de que ambos han pasado por el punto de cruce de las vías; en donde x es la distancia recorrida por el tren, y es la distancia recorrida por el auto y z es la distancia que separa el tren del auto en el tiempo t .



Por el teorema de Pitágoras se tiene que

$$z^2 = y^2 + w^2$$

Por otro lado

$$w^2 = x^2 + 30^2$$

Sustituyendo

$$z^2 = y^2 + x^2 + 30^2$$

Derivando respecto al tiempo

$$D_t(z^2) = D_t(y^2 + x^2 + 30^2)$$

$$2zD_t z = 2yD_t y + 2xD_t x + 0$$

$$D_t z = \frac{yD_t y + xD_t x}{z}$$

Para evaluar esta derivada cuando han transcurrido 20 segundos, hay que calcular z y y para un tiempo de 20 segundos.

$$v_T = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

$$v_A = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

$$x = v_T \cdot t = (30)(20) = 600 \text{ m}$$

$$y = v_A \cdot t = (20)(20) = 400 \text{ m}$$

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 + 30^2} = \sqrt{600^2 + 400^2 + 30^2} \approx 721.73 \text{ m}$$

Ahora ya se puede calcular la razón a la cual se separan el auto y el tren cuando han transcurrido 20 segundos de su paso por la intersección

$$D_t z = \frac{yD_t y + xD_t x}{z} = \frac{400 \cdot 72 + 600 \cdot 108}{721.73} = 129.69 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$
