

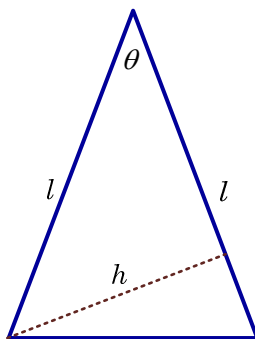
PROBLEMA RESUELTO 4

El ángulo comprendido entre los lados iguales de un triángulo isósceles tiene una medida de 60 grados, con un error en su medición de ± 2 grados. Si los lados iguales tienen una longitud de 50 centímetros.

- Utilice diferenciales para estimar el error cometido en la medición del área del triángulo.
- Estime el error relativo en la medición del área.

Solución

- Como el error es en la medida del ángulo θ , se debe expresar el área del triángulo como una función de θ y de la medida constante l



$$A = \frac{1}{2}lh$$

Como h es el cateto opuesto y l es la hipotenusa de un triángulo rectángulo

$$\text{sen } \theta = \frac{h}{l}$$

$$h = l \text{sen } \theta$$

$$= 50 \text{sen } \theta$$

El área del triángulo como función de θ es

$$A = \frac{1}{2}lh$$

$$= \frac{1}{2}(50)(50 \text{sen } \theta)$$

$$= 125 \text{sen } \theta$$

Aproximando el error en la medida del área usando diferenciales

$$dA = d(125 \text{sen } \theta)$$

$$= (125 \cos \theta) d\theta$$

Para evaluar esta expresión el ángulo y el diferencial del ángulo deben estar en radianes

$$60^\circ = \frac{\pi}{3}, \quad 2^\circ = \frac{\pi}{90}$$

Es decir que

$$\begin{aligned}dA &= d(125\text{sen}\theta) \\&= 125\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\left(\frac{\pi}{90}\right) \\&= 2.18\end{aligned}$$

El error en la medida del área es aproximadamente de 2.18 centímetros cuadrados.

b. El error relativo se define como

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{error}}{\text{Valor verdadero}}$$

En este ejemplo, el valor verdadero del área es

$$\begin{aligned}A &= 125\text{sen}\theta \\&= 125\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) \\&= 108.28\end{aligned}$$

El error relativo es aproximadamente

$$\begin{aligned}\frac{2.18}{108.28} &= 0.0201 \\&= 2\%\end{aligned}$$
