

## PROBLEMA RESUELTO 4

---

Calcule la integral indefinida

$$\int \frac{\sec \sqrt{3x} \tan \sqrt{3x}}{\sqrt{x}} dx$$

### Solución

---

Haciendo la sustitución

$$u = \sqrt{3x}$$

Calculando el diferencial

$$\begin{aligned} du &= d(3x)^{1/2} \\ &= \frac{1}{2}(3x)^{-1/2} (3dx) \\ &= \frac{3}{2\sqrt{3x}} dx \\ du &= \frac{3}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Ahora hay que expresar la variable  $x$  en términos de la variable temporal  $u$ .

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} du = \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

La integral dada puede expresarse como

$$\begin{aligned} \int \frac{\sec \sqrt{3x} \tan \sqrt{3x}}{\sqrt{x}} dx &= \int \sec u \tan u \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} du \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{3} \int \sec u \tan u du \end{aligned}$$

Utilizando la regla para las integrales de funciones trigonométricas

$$\int \frac{\sec \sqrt{3x} \tan \sqrt{3x}}{\sqrt{x}} dx = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sec u + c$$

Expresando la respuesta en términos de  $x$

$$\int \frac{\sec \sqrt{3x} \tan \sqrt{3x}}{\sqrt{x}} dx = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sec \sqrt{3x} + c$$

---