

PROBLEMA RESUELTO 4

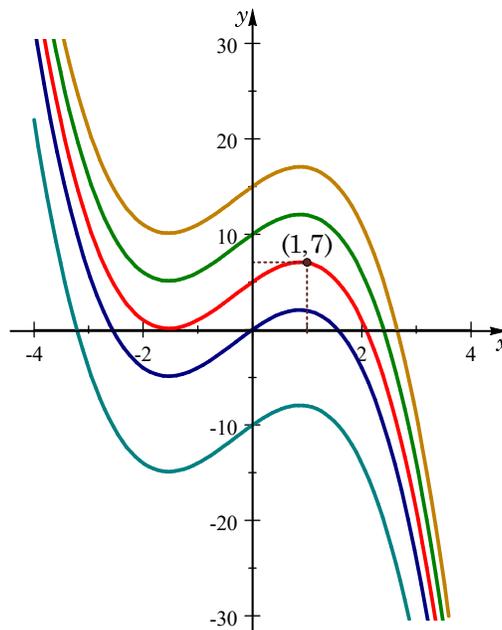
Encuentre una función f tal que $f'(x) = 4 - 2x - 3x^2$ y $f(1) = 7$

Solución

Para calcular la función se debe calcular la integral indefinida de su derivada

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f'(x) dx \\ &= \int (4 - 2x - 3x^2) dx \\ &= 4x - 2\left(\frac{x^2}{2}\right) - 3\left(\frac{x^3}{3}\right) + c \\ f(x) &= 4x - x^2 - x^3 + c \end{aligned}$$

La solución es una familia de funciones cuya única diferencia es la constante. La siguiente figura muestra algunas de estas funciones para distintos valores de c .



De toda la familia de funciones, hay que obtener la constante c de la curva que pasa por el punto $(1, 7)$. Para ello sustituimos $x = 1$, $y = 7$ y despejamos el valor de c

$$\begin{aligned} 7 &= 4(1) - (1)^2 - (1)^3 + c \\ 7 &= 4 - 1 - 1 + c \\ c &= 5 \end{aligned}$$

La función buscada es

$$f(x) = 4x - x^2 - x^3 + 5$$

Que se muestra en color rojo en la figura anterior.
