

PROBLEMA RESUELTO 2

Utilice el método de newton para aproximar con 3 cifras decimales $\sqrt[4]{12}$

Solución

primero hay que construir una ecuación que permita aplicar el método de Newton.

$$x = \sqrt[4]{12}$$

$$x^4 = 12$$

$$x^4 - 12 = 0$$

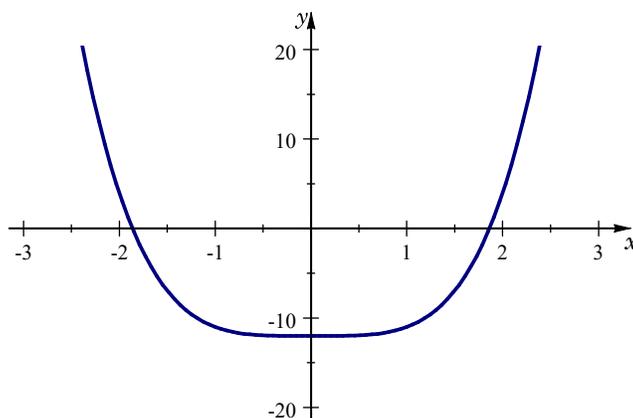
La función a utilizar es

$$f(x) = x^4 - 12$$

La primera derivada es

$$f'(x) = 4x^3$$

La siguiente figura muestra la gráfica de la función $f(x) = x^4 - 12$



Es claro que la raíz positiva está entre 1 y 2. Se tomará como valor inicial $x = 2$.

Utilizando la fórmula para el Método de Newton

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \\ &= x_n - \frac{x_n^4 - 12}{4x_n^3}\end{aligned}$$

Ahora hay que evaluar repetidamente esta expresión, iniciando con $x_0 = 2$

$$x_1 = x_0 - \frac{(x_0)^4 - 12}{4(x_0)^3} = (2) - \frac{(2)^4 - 12}{4(2)^3} = (2) - 0.125 = 1.875$$

$$x_2 = x_1 - \frac{(x_1)^4 - 12}{4(x_1)^3} = (1.875) - \frac{(1.875)^4 - 12}{4(1.875)^3} = (1.875) - 0.0136 = 1.861$$

$$x_3 = x_2 - \frac{(x_2)^4 - 12}{4(x_2)^3} = (1.861) - \frac{(1.861)^4 - 12}{4(1.861)^3} = (1.861) + 0.0002 = 1.861$$

Como en las últimas dos iteraciones se mantienen los 3 decimales podemos concluir que la solución de la ecuación con 3 decimales es $x = 1.861$

Por lo que la raíz con 3 decimales es

$$\sqrt[4]{12} = 1.861$$
