

PROBLEMA RESUELTO 2

Calcule la integral indefinida

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 8}} dx$$

Solución

La función compuesta se encuentra en el denominador ya que contiene un polinomio dentro de una raíz. La sustitución apropiada es

$$u = x^3 + 8$$

Calculando el diferencial

$$du = 3x^2 dx$$

Ahora hay que expresar la variable x en términos de la variable temporal u .

$$\frac{du}{3} = x^2 dx$$

La integral dada queda expresada como

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 8}} dx &= \int \frac{1}{u^{1/2}} \left(\frac{du}{3} \right) \\ &= \frac{1}{3} \int u^{-1/2} du \end{aligned}$$

Utilizando la regla de la potencia

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 8}} dx &= \frac{1}{3} \left(\frac{u^{1/2}}{\frac{1}{2}} \right) + c \\ &= \frac{2}{3} (u)^{1/2} + c \end{aligned}$$

Expresando la respuesta en términos de x

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 8}} dx = \frac{2}{3} (x^3 + 8)^{1/2} + c$$
