PROBLEMA RESUELTO 2

Calcule la integral indefinida

$$\int \frac{(2x-1)^2}{\sqrt[3]{x}}\,dx$$

Solución

Observe que la función a integrar contiene productos y cocientes, que se pueden expresar como una suma de potencias al desarrollar el binomio y subir el denominador con exponente negativo, como se muestra a continuación

$$\begin{aligned}\int \frac{(2x-1)^2}{\sqrt[3]{x}}\,dx &= \int \frac{4x^2-4x+1}{\sqrt[3]{x}}\,dx \\ &= \int x^{-1/3}\left(4x^2-4x+1\right)dx \\ &= \int \left(4x^{5/3}-4x^{2/3}+x^{-1/3}\right)dx\end{aligned}$$

Ahora se utiliza la regla de la potencia para calcular las integrales

$$\begin{aligned}\int \frac{(2x-1)^2}{\sqrt[3]{x}}\,dx &= 4\left(\frac{x^{8/3}}{\frac{8}{3}}\right)-4\left(\frac{x^{5/3}}{\frac{5}{3}}\right)+\left(\frac{x^{2/3}}{\frac{2}{3}}\right)+c \\ &= \frac{3}{2}x^{8/3}-\frac{12}{5}x^{5/3}+\frac{3}{2}x^{2/3}+c\end{aligned}$$

La respuesta se puede expresar como un producto si se toma factor común

$$\begin{aligned}\int \frac{(2x-1)^2}{\sqrt[3]{x}}\,dx &= 3x^{2/3}\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{4}{5}x+\frac{3}{2}\right)+c \\ &= \frac{3}{10}x^{2/3}\left(5x^2-8x+15\right)+c\end{aligned}$$