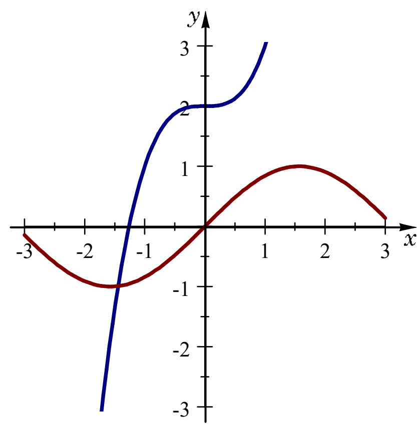
PROBLEMA RESUELTO 1

Encuentre la coordenada x del punto de intersección de las curvas $y = x^3 + 2$ & $y = \operatorname{sen} x$

Solución

La siguiente figura muestra la gráfica de las dos curvas lo cual nos permite estimar que la coordenada x del punto de intersección está en el intervalo $-2 < x < -1$



Para encontrar el punto de intersección hay que igualar las dos ecuaciones y resolver la ecuación resultante

$$x^3 + 2 = \operatorname{sen} x$$

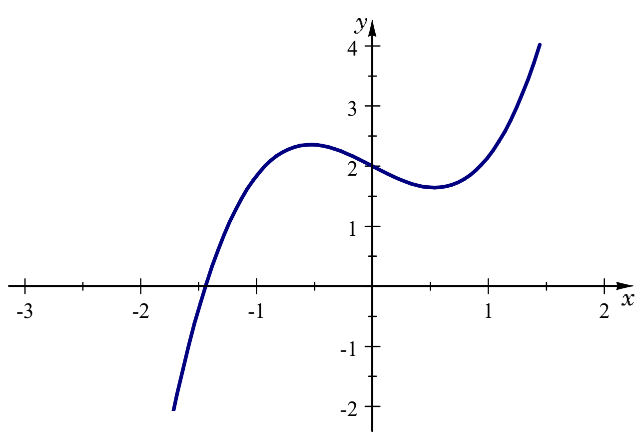
Al igualar a cero se obtiene

$$x^3 - \operatorname{sen} x + 2 = 0$$

La función que se debe utilizar en el método de Newton es entonces

$$f(x) = x^3 - \operatorname{sen} x + 2$$

Cuya gráfica se muestra en la siguiente figura



Calculando la primera derivada

$$\begin{aligned} f'(x) &= D_x(x^3 - \operatorname{sen} x + 2) \\ &= 3x^2 - \cos x \end{aligned}$$

Utilizando la fórmula para el Método de Newton

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \\ &= x_n - \frac{x_n^3 - \operatorname{sen}(x_n) + 2}{3x_n^2 - \cos(x_n)} \end{aligned}$$

Ahora hay que evaluar repetidamente esta expresión, iniciando con $x_0 = -2$. Tome en cuenta que la calculadora debe estar en el modo radianes para evitar errores en los cálculos.

$$x_1 = x_0 - \frac{(x_0)^3 - \operatorname{sen}(x_0) + 2}{3(x_0)^2 - \cos(x_0)} = (-2) - \frac{(-2)^3 - \operatorname{sen}(-2) + 2}{3(-2)^2 - \cos(-2)} = (-2) + 0.410$$

$$= -1.59$$

$$x_2 = x_1 - \frac{(x_1)^3 - \operatorname{sen}(x_1) + 2}{(x_1)^2 - \cos(x_1)} = (-1.59) - \frac{(-1.59)^3 - \operatorname{sen}(-1.59) + 2}{3(-1.59)^2 - \cos(-1.59)} = (-1.59) + 0.134$$

$$= -1.46$$

$$x_3 = x_2 - \frac{(x_2)^3 - \operatorname{sen}(x_2) + 2}{3(x_2)^2 - \cos(x_2)} = (-1.46) - \frac{(-1.46)^3 - \operatorname{sen}(-1.46) + 2}{3(-1.46)^2 - \cos(-1.46)} = (-1.46) - 0.019$$

$$= -1.441$$

$$x_4 = x_3 - \frac{(x_3)^3 - \operatorname{sen}(x_3) + 2}{(x_3)^2 - \cos(x_3)} = (-1.441) - \frac{(-1.441)^3 - \operatorname{sen}(-1.441) + 2}{3(-1.441)^2 - \cos(-1.441)} = (-1.441) + 0.00010$$

$$= -1.441$$

Como en las últimas dos iteraciones se mantienen los 3 decimales podemos concluir que las ecuaciones se intersecan cuando

$$x = -1.441$$