PROBLEMA RESUELTO 3

Calcule la derivada de la función utilizando derivación implícita

$$e^{x+y} = x^5 \ln(x-y)$$

Solución

Derivando ambos lados de la ecuación

$$D_x\left[e^{x+y}\right] = D_x\left[x^5 \ln(x-y)\right]$$

$$e^{x+y} \cdot D_x(x+y) = x^5 \cdot D_x\left[\ln(x-y)\right] + \ln(x-y) \cdot D_x(x^5)$$

$$e^{x+y} \cdot (1 + D_x y) = x^5 \cdot \left[\frac{1}{x-y} D_x(x-y)\right] + \ln(x-y) \cdot (5x^4)$$

$$e^{x+y} \cdot (1 + D_x y) = x^5 \cdot \left[\frac{1}{x-y} (1 - D_x y)\right] + \ln(x-y) \cdot (5x^4)$$

Desarrollando productos, trasladando al lado izquierdo los términos que contienen la derivada y despejando la derivada

$$e^{x+y} + e^{x+y} \cdot D_x y = \frac{x^5}{x-y} - \frac{x^5 \cdot D_x y}{x-y} + \ln(x-y) \cdot (5x^4)$$

$$e^{x+y} \cdot D_x y + \frac{x^5 \cdot D_x y}{x-y} = \frac{x^5}{x-y} + 5x^4 \ln(x-y) - e^{x+y}$$

$$D_x y\left(e^{x+y} + \frac{x^5}{x-y}\right) = \frac{x^5}{x-y} + 5x^4 \ln(x-y) - e^{x+y}$$

$$D_x y = \frac{\frac{x^5}{x-y} + 5x^4 \ln(x-y) - e^{x+y}}{e^{x+y} + \frac{x^5}{x-y}}$$

Ahora solo falta simplificar la respuesta

$$D_x y = \frac{\frac{x^5 + 5(x-y)x^4 \ln(x-y) - (x-y)e^{x+y}}{x-y}}{\frac{(x-y)e^{x+y} + x^5}{x-y}}$$

$$D_x y = \frac{x^5 + 5(x-y)x^4 \ln(x-y) - (x-y)e^{x+y}}{(x-y)e^{x+y} + x^5}$$