

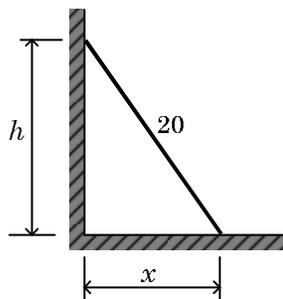
PROBLEMA RESUELTO 2

La parte superior de una escalera de 20 pies de largo resbala sobre una pared vertical a razón de 0.5 pies por segundo. El otro extremo de la escalera resbala sobre una superficie horizontal alejándose de la pared.

- Calcule la razón a la cual se mueve la parte inferior de la escalera sobre el piso horizontal, cuando la parte superior se encuentra a una altura de 8 pies sobre el suelo.
- Calcule la razón a la cual cambia el ángulo formado entre la escalera y el piso, cuando la parte superior se encuentra a una altura de 8 pies sobre el suelo

Solución

- La siguiente figura muestra la escalera apoyada sobre la pared vertical, h representa la altura del extremo superior de la escalera y x representa la distancia entre la pared y la parte inferior de la escalera



La parte superior de la escalera resbala a 0.5 pies por segundo, entonces

$$D_t h = -0.5$$

El signo negativo se debe a que h está disminuyendo al aumentar el tiempo

Se quiere calcular $D_t x$ cuando h es igual a 8 pies.

Utilizando el teorema de Pitágoras

$$x^2 + h^2 = 20^2$$

Derivando ambos lados de la ecuación y despejando $D_t x$

$$D_t(x^2 + h^2) = D_t(20^2)$$

$$2x \cdot D_t x + 2h \cdot D_t h = 0$$

$$D_t x = -\frac{2h \cdot D_t h}{2x}$$

$$D_t x = -\frac{h \cdot D_t h}{x}$$

Como la derivada depende de x y de h hay que calcular el valor de x cuando $h = 8$

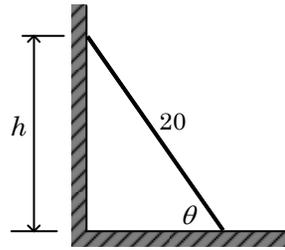
$$x^2 + h^2 = 20^2$$

$$x = \sqrt{20^2 - h^2} = \sqrt{400 - 8^2} = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$$

Calculando $D_t x$ cuando $h = 8$

$$D_t x|_{h=8} = -\frac{(8) \cdot (-0.5)}{4\sqrt{21}} \approx 0.218 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

- b. En este caso debemos relacionar el ángulo formado entre la escalera y el piso con la altura h como se muestra en la figura siguiente



$$\text{sen } \theta = \frac{h}{20}$$

Derivando respecto al tiempo

$$D_t (\text{sen } \theta) = D_t \left(\frac{h}{20} \right)$$

$$\cos \theta \cdot D_t \theta = \frac{1}{20} D_t h$$

$$D_t \theta = \frac{1}{20 \cos \theta} D_t h$$

Para evaluar la derivada cuando $h = 8$ note que $\cos \theta = \frac{x}{20} = \frac{4\sqrt{21}}{20} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

Ahora se puede evaluar la razón a la cual cambia el ángulo

$$D_t \theta|_{h=8} = \frac{1}{20 \cdot \frac{\sqrt{21}}{5}} \cdot (-0.5) = \frac{-1}{8\sqrt{21}} \approx -0.027 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

El signo negativo indica que el ángulo está disminuyendo cuando la escalera resbala sobre la pared.
