PROBLEMA RESUELTO 2

Calcule la derivada $D_x y$ si

$$\operatorname{sen}(x + y) = x \cos y + y \cos x$$

Solución

En la solución de este problema se representará la derivada como $D_x y = y'$.
Derivando ambos lados con respecto a x se tiene

$$\begin{aligned} D_x[\operatorname{sen}(x + y)] &= D_x[x \cos y + y \cos x] \\ \cos(x + y) \cdot D_x(x + y) &= (x \cdot D_x(\cos y) + \cos y \cdot D_x x) + (y \cdot D_x(\cos x) + \cos x \cdot D_x y) \\ \cos(x + y) \cdot (1 + y') &= (x \cdot (-\operatorname{sen} y \cdot y') + \cos y \cdot (1)) + (y \cdot (-\operatorname{sen} x) + \cos x \cdot y') \end{aligned}$$

Ordenando los términos y desarrollando los productos se tiene

$$\cos(x + y) + \cos(x + y) \cdot y' = -x \operatorname{sen} y \cdot y' + \cos y - y \operatorname{sen} x + \cos x \cdot y'$$

Trasladando al lado izquierdo los términos que contienen la derivada y despejando

$$\cos(x + y) \cdot y' + x \operatorname{sen} y \cdot y' - \cos x \cdot y' = \cos y - y \operatorname{sen} x - \cos(x + y)$$

$$y'(\cos(x + y) + x \operatorname{sen} y - \cos x) = \cos y - y \operatorname{sen} x - \cos(x + y)$$

$$y' = \frac{\cos y - y \operatorname{sen} x - \cos(x + y)}{\cos(x + y) + x \operatorname{sen} y - \cos x}$$