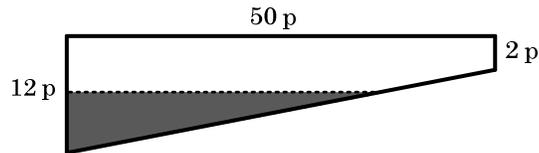


PROBLEMA RESUELTO 1

Una piscina tiene 50 pies de largo y 20 pies de ancho. Su profundidad varía de manera uniforme desde 2 pies en su parte menos profunda, hasta 12 pies en la parte profunda, como se muestra en la figura. Si la piscina es vaciada utilizando una bomba de agua a razón de 50 pies cúbicos por minuto. ¿A qué razón está disminuyendo la profundidad en la parte más honda, cuando la altura del agua ahí es de 6 pies?



Solución

Observe que en este problema la derivada conocida es la razón de cambio del volumen de agua en la piscina con respecto al tiempo. Mientras que la derivada que se busca es la razón a la cual cambia la altura del agua.

Si V es el volumen de agua, entonces

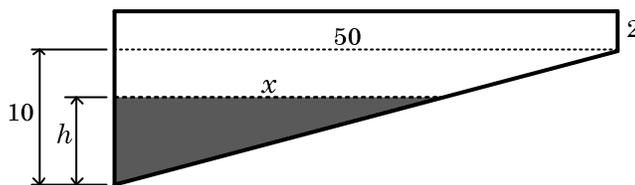
$$\frac{dV}{dt} = 50 \frac{\text{pies}^3}{\text{min}}$$

Si h es la altura del agua en la parte profunda, debemos encontrar $\frac{dh}{dt}$, cuando $h = 6$.

El volumen del agua está dado por

$$\begin{aligned} V &= \text{Área del triángulo} \times \text{ancho de la piscina} \\ &= (A) \times (20) \end{aligned}$$

Como se muestra en la figura siguiente, se utilizarán triángulos semejantes para expresar el volumen en términos de h .



$$\begin{aligned} \frac{x}{50} &= \frac{h}{10} \\ x &= \frac{50h}{10} = 5h \end{aligned}$$

Ahora se puede expresar el volumen de agua en la piscina en términos de la variable h

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} xh \cdot 20 = 10xh \\ &= 10(5h)h = 50h^2 \end{aligned}$$

Observe que en este momento ya se tiene una ecuación que relaciona las variables h y V . h es la variable cuya derivada se busca y V es la variable cuya derivada se conoce.

Derivando ambos lados de la ecuación con respecto al tiempo

$$D_t(V) = D_t(50h^2)$$

Como la variable independiente es el tiempo, se usa derivación implícita para calcular la derivada

$$D_t V = (100h)D_t h$$

$$D_t h = \frac{D_t V}{100h}$$

Ahora que ya se a calculado la razón de cambio de h , solamente hace falta evaluar la derivada cuando $h = 6$

$$D_t h|_{h=6} = \frac{50}{100 \cdot 6} = \frac{1}{12} \frac{\text{pies}}{\text{min}}$$
