

PROBLEMA RESUELTO 1

Calcule la derivada de la función

$$f(x) = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{2x} + e^{-2x}}$$

Solución

Derivando aplicando la regla del cociente se tiene

$$\begin{aligned} f'(x) &= D_x \left(\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{2x} + e^{-2x}} \right) \\ &= \frac{(e^{2x} + e^{-2x})D_x(e^{2x} - e^{-2x}) - (e^{2x} - e^{-2x})D_x(e^{2x} + e^{-2x})}{(e^{2x} + e^{-2x})^2} \end{aligned}$$

Ahora se derivan las sumas y restas de funciones exponenciales, sin olvidar la regla de la cadena ya la función exponencial esta compuesta

$$f'(x) = \frac{(e^{2x} + e^{-2x})(e^{2x}(2) - e^{-2x}(-2)) - (e^{2x} - e^{-2x})(e^{2x}(2) + e^{-2x}(-2))}{(e^{2x} + e^{-2x})^2}$$

Una vez concluido el proceso de derivación se debe simplificar la respuesta. Como siempre parece mas complicada la simplificación que el cálculo de la derivada

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(e^{2x} + e^{-2x})(2e^{2x} + 2e^{-2x}) - (e^{2x} - e^{-2x})(2e^{2x} - 2e^{-2x})}{(e^{2x} + e^{-2x})^2} \\ &= \frac{2(e^{2x} + e^{-2x})^2 - 2(e^{2x} - e^{-2x})^2}{(e^{2x} + e^{-2x})^2} \\ &= \frac{2e^{4x} + 4e^{2x}e^{-2x} + 2e^{-4x} - 2e^{4x} + 4e^{2x}e^{-2x} - 2e^{-4x}}{(e^{2x} + e^{-2x})^2} \\ &= \frac{8e^{2x}e^{-2x}}{(e^{2x} + e^{-2x})^2} \\ &= \frac{8e^0}{(e^{2x} + e^{-2x})^2} \end{aligned}$$

Finalmente, la derivada en su forma más simple es

$$f'(x) = \frac{8}{(e^{2x} + e^{-2x})^2}$$
