

Ejercicios sobre definición de derivada

En los ejercicios 1 a 16 encuentre la derivada de la función utilizando la definición de derivada, encuentre la ecuación de la recta tangente y de la recta normal en el valor de x indicado.

1. $f(x) = 4 - 3x$, $x = 0$.

2. $f(x) = x^2 + x$, $x = 1$

3. $f(x) = x^2 + x + 1$, $x = -1$

4. $f(x) = \frac{1}{2x}$, $x = 2$

5. $f(x) = \frac{x}{x-2}$, $x = 3$

6. $f(x) = \frac{2}{x+1}$, $x = -2$

7. $y = \frac{x}{x+8}$, $x = 0$

8. $f(x) = \frac{3}{x-1}$, $x = 2$

9. $f(x) = \sqrt{x} - 1$, $x = 4$

10. $f(x) = x + \sqrt{x}$, $x = 0$

11. $g(x) = \sqrt{9-x}$, $x = 5$

12. $f(x) = \sqrt{2x+1}$, $x = 4$

13. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$, $x = 3$

14. $f(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}$, $x = 1$

15. $f(x) = x^{3/2}$, $x = 4$

16. $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $x = 8$

17. Utilice la definición de derivada para determinar si la función es derivable en $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x < 2 \\ 4 - x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

18. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x < 0 \\ 3 - x & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ (x - 3)^2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

a. Trace la gráfica de f .

b. ¿En qué números es discontinua f ? justifique su respuesta indicando que parte de la definición de continuidad no se cumple.

c. ¿En qué números no es derivable f ? Justifique su respuesta en base a la definición.

19. Determinar todos los valores de a para que la función f sea continua en todos los números reales. Utilice la definición para establecer si la función es derivable en a .

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \leq a \\ x^2 & \text{si } x > a \end{cases}$$

20. Hallar los valores de m y b de modo que la función sea derivable en todos los reales

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ mx + b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Dibuje la representación gráfica de la función obtenida.

21. Determine los valores de a y b para que la función f sea diferenciable en $x = 3$.

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x \leq 3 \\ x^2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

22. Encuentre los valores de x donde $f'(x)$ no existe. Utilice límites laterales para justificar su respuesta.

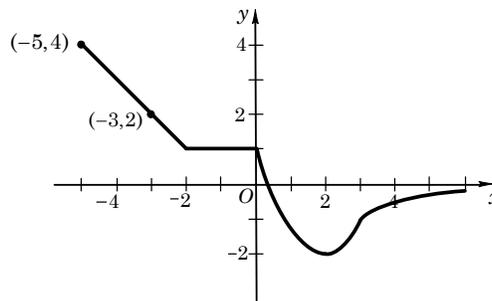
$$f(x) = |x^2 - 1|$$

23. Dada la función $f(x) = x|x|$

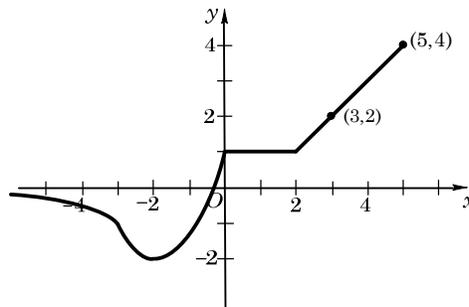
a. Para cuáles valores es f continua

b. ¿Para cuáles valores de x es f diferenciable?

24. Dejando constancia escrita de sus razonamientos, trace la gráfica de f' a partir de la gráfica de f dada.



25. Dejando constancia escrita de sus razonamientos, trace la gráfica de f' a partir de la gráfica de f dada.

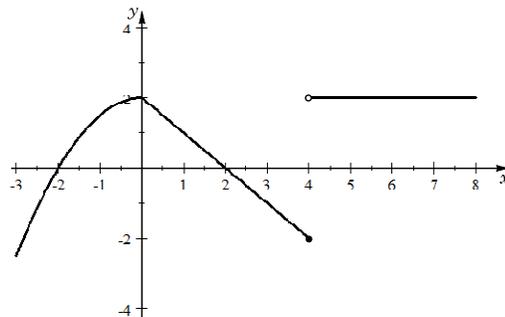


26. La figura muestra la gráfica de una función f .

a. ¿En qué intervalos la función es continua?

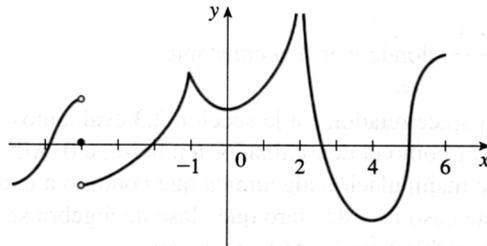
b. ¿En qué puntos la función no es diferenciable?

c. Dibuje la representación gráfica $f'(x)$



27. La figura muestra la gráfica de una función f . A partir de la misma responda las preguntas siguientes:

- ¿En qué intervalos la función es continua?
- ¿En qué valores de x la función es discontinua, y que tipo de discontinuidad tiene?
- ¿En qué intervalos la función es diferenciable?
- ¿En qué valores de x la función no es derivable?



28. La figura muestra la gráfica de una función f .

- ¿En qué intervalos la función es continua?
- Indique los puntos donde la función no es diferenciable, justifique su respuesta.
- Dibuje la representación gráfica de la derivada de la función.

