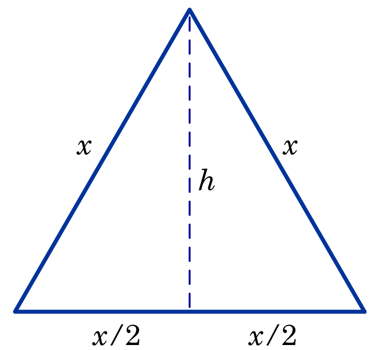
PROBLEMA RESUELTO 7

A que razón de cambio aumenta el área de un triángulo equilátero con respecto a la medida de sus lados, cuando la medida de cada lado es de 10 cm.

Solución

En la siguiente figura se muestra un triángulo equilátero de lado x



El área del triángulo está dada por

$$A = \frac{1}{2}(x)(h)$$

Utilizando el teorema de Pitágoras se puede expresar la altura en términos de x

$$h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{3x^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3x^2}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

Ahora se puede expresar el área del triángulo como función de su lado x

$$A(x) = \frac{1}{2}(x)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$$

La razón de cambio del área con respecto a su lado x está dado por la primera derivada

$$\frac{dA}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}x^2\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

Evaluando para $x = 10$

$$\left.\frac{dA}{dx}\right|_{x=10} = \frac{\sqrt{3}}{2}(10) = 5\sqrt{3}$$

Es decir que el área aumenta a razón de $5\sqrt{3}$ centímetros cuadrados por cada centímetro que aumente la longitud de su lado, cuando el lado mide 10 cm.