

## PROBLEMA RESUELTO 6

---

Calcule la segunda derivada de la función

$$f(x) = \frac{x^2}{x-2}$$

### Solución

---

Aplicando la fórmula para la derivada de un cociente para calcular la primera derivada

$$\begin{aligned} f'(x) &= D_x \left( \frac{x^2}{x-2} \right) \\ &= \frac{(x-2)(2x) - x^2(1)}{(x-2)^2} \\ &= \frac{2x^2 - 4x - x^2}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2} \end{aligned}$$

Ahora se utiliza nuevamente la regla del cociente para calcular la segunda derivada.

$$\begin{aligned} f''(x) &= D_x \left( \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2} \right) \\ &= \frac{(x-2)^2(2x-4) - (x^2-4x)(2)(x-2)(1)}{(x-2)^4} \end{aligned}$$

Aquí el proceso de derivación ya ha finalizado y lo que sigue es la simplificación algebraica de la segunda derivada. La simplificación se puede realizar de varias formas y en este caso primero se ordenarán los términos y luego se sacará factor común en el numerador

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{(x-2)^2(2x-4) - 2(x-2)(x^2-4x)}{(x-2)^4} \\ &= \frac{(x-2)[(x-2)(2x-4) - 2(x^2-4x)]}{(x-2)^4} \\ &= \frac{2x^2 - 4x - 4x + 8 - 2x^2 + 8x}{(x-2)^3} \\ &= \frac{8}{(x-2)^3} \end{aligned}$$

---