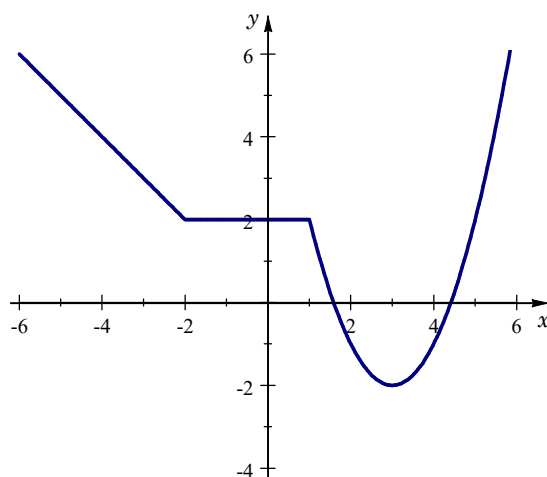


PROBLEMA RESUELTO 4

La siguiente figura muestra la gráfica de una función $y = f(x)$. Utilice esta gráfica para dibujar en forma aproximada la gráfica de la derivada $y = f'(x)$



Solución

Para dibujar la gráfica de la derivada de una función, a partir de la gráfica de la función, se debe estimar los valores de la pendiente en la función para varios puntos representativos. Los valores estimados de $f'(x)$ se dibujan como puntos en la gráfica de la derivada. Al unir todos estos puntos por medio de un trazo adecuado, obtendremos la gráfica de la derivada.

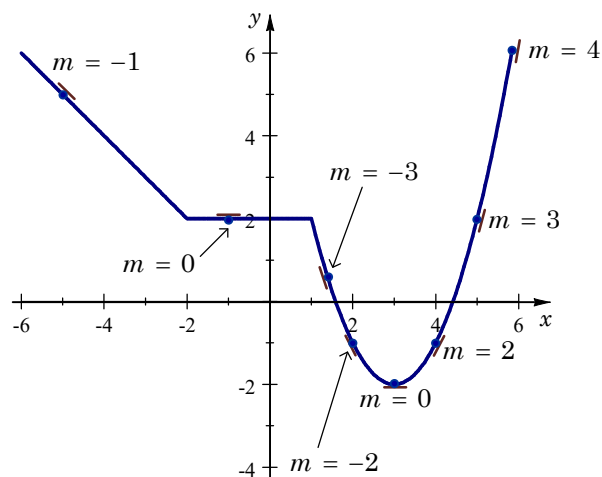
Se comenzará con el intervalo $(-\infty, -2)$, la gráfica de la función es una recta que tiene pendiente $m = -1$, es decir que para este intervalo la derivada tiene un valor constante $f'(x) = -1$.

En $x = -2$ la gráfica de la función tiene un pico, por lo que la derivada no existe en ese punto, es decir $f'(-2) \nexists$.

En el intervalo $(-1, 1)$ la gráfica de la función es constante, la pendiente de una función constante es igual a cero. Por lo tanto, en el intervalo $(-1, 1)$ la derivada es $f'(x) = 0$.

En $x = 1$, nuevamente la función tiene un pico, entonces $f'(1) \nexists$

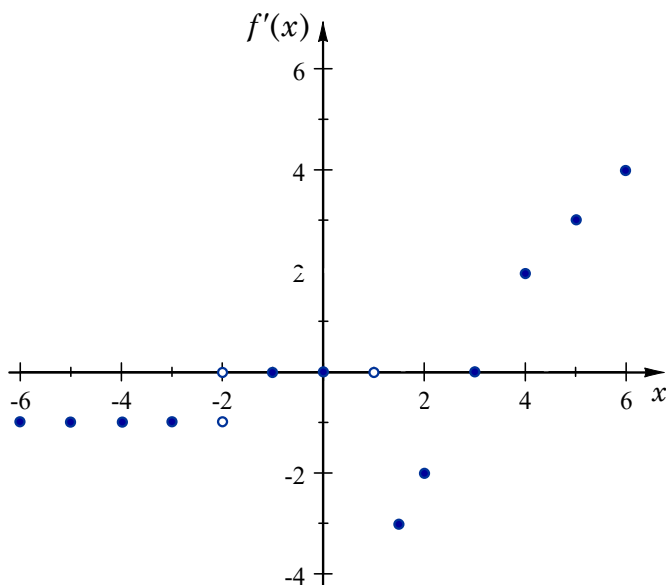
Finalmente, en el intervalo $(1, +\infty)$, la pendiente de la gráfica cambia con cada valor de x . En la gráfica siguiente se muestran los valores estimados de la pendiente para distintos valores de x .



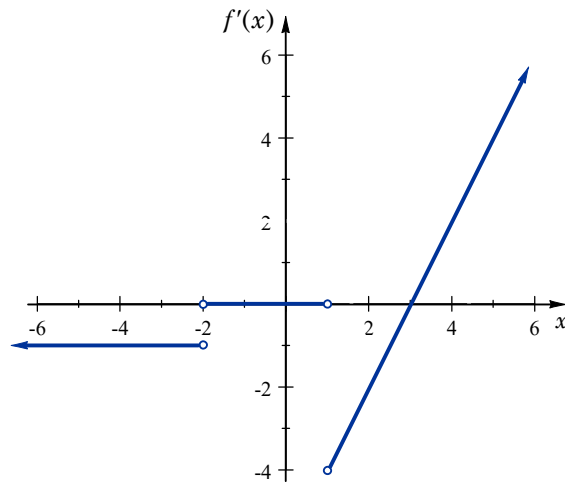
Para hacer más fácil el trazo de la gráfica de la derivada de la función, se construirá una tabla de valores, en donde se coloca en valor de $f'(x)$ para x variando entre -6 y 6

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	1.5	2	3	4	5	6
$f'(x)$	-1	-1	-1	-1	$\nexists$	0	0	$\nexists$	-3	-2	0	2	3	4

En la siguiente gráfica se dibujan los puntos de la tabla anterior. Estos puntos representan la pendiente en la gráfica de la función, pero representan puntos en la gráfica de la derivada



Finalmente, al trazar la gráfica que une los puntos de la figura anterior se obtendrá la aproximación de la gráfica de la derivada.



Observe que la gráfica de la derivada no está definida en $x = -2$ y en $x = 1$, y además es discontinua en esos puntos. Esto es consistente con el hecho de que la derivada en esos números no exista. Como la función tiene puntos agudos en esos puntos la pendiente cambia bruscamente al pasar por ellos, provocando un salto en la gráfica de la derivada.
