

PROBLEMA RESUELTO 3

Calcule la derivada de la función

$$f(x) = \frac{(1 - \tan 4x)^5}{(1 + \cot 4x)^3}$$

Solución

Utilizando la regla del cociente se tiene

$$\begin{aligned} f'(x) &= D_x \left[\frac{(1 - \tan 4x)^5}{(1 + \cot 4x)^3} \right] \\ &= \frac{(1 + \cot 4x)^3 D_x (1 - \tan 4x)^5 - (1 - \tan 4x)^5 D_x (1 + \cot 4x)^3}{\left[(1 + \cot 4x)^3 \right]^2} \\ &= \frac{(1 + \cot 4x)^3 5(1 - \tan 4x)^4 D_x (1 - \tan 4x) - (1 - \tan 4x)^5 3(1 + \cot 4x)^2 D_x (1 + \cot 4x)}{(1 + \cot 4x)^6} \\ &= \frac{5(1 + \cot 4x)^3 (1 - \tan 4x)^4 (\sec^2 4x \cdot 4) - 3(1 - \tan 4x)^5 (1 + \cot 4x)^2 (-\csc^2 4x \cdot 4)}{(1 + \cot 4x)^6} \\ &= \frac{20(1 + \cot 4x)^3 (1 - \tan 4x)^4 (\sec^2 4x) + 12(1 - \tan 4x)^5 (1 + \cot 4x)^2 (\csc^2 4x)}{(1 + \cot 4x)^6} \end{aligned}$$

El cálculo de la derivada ya se ha completado y únicamente falta simplificar la respuesta. Tomando factor común en el numerador $4(1 + \cot 4x)^2(1 - \tan 4x)^4$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{4(1 + \cot 4x)^2 (1 - \tan 4x)^4 \left[5(1 + \cot 4x)(\sec^2 4x) + 3(1 - \tan 4x)(\csc^2 4x) \right]}{(1 + \cot 4x)^6} \\ &= \frac{4(1 - \tan 4x)^4 \left[5(1 + \cot 4x)(\sec^2 4x) + 3(1 - \tan 4x)(\csc^2 4x) \right]}{(1 + \cot 4x)^4} \end{aligned}$$

Al desarrollar los productos dentro de los corchetes no parece que se pueda obtener una respuesta mas sencilla, por la última parece una buena respuesta.
