

PROBLEMA RESUELTO 2

Calcule la derivada de la función

$$f(x) = \frac{1 - \operatorname{sen} 3x}{x \cos 3x}$$

Solución

Utilizando la regla del cociente se tiene

$$\begin{aligned} f'(x) &= D_x \left[\frac{1 - \operatorname{sen} 3x}{x \cos 3x} \right] \\ &= \frac{(x \cos 3x) D_x (1 - \operatorname{sen} 3x) - (1 - \operatorname{sen} 3x) D_x (x \cos 3x)}{(x \cos 3x)^2} \end{aligned}$$

La primera derivada en el numerador es una resta, pero la segunda derivada es la derivada de un producto y debe utilizarse la fórmula correspondiente

$$f'(x) = \frac{(x \cos 3x)(-\cos 3x \cdot 3) - (1 - \operatorname{sen} 3x)[x(-\operatorname{sen} 3x \cdot 3) + \cos 3x \cdot (1)]}{(x \cos 3x)^2}$$

Ordenando los coeficientes y simplificando la derivada se tiene

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{-3x \cos^2 3x - (1 - \operatorname{sen} 3x)[-3x \operatorname{sen} 3x + \cos 3x]}{(x \cos 3x)^2} \\ &= \frac{-3x \cos^2 3x + 3x \operatorname{sen} 3x - \cos 3x + 3x \operatorname{sen}^2 3x + \operatorname{sen} 3x \cos 3x}{(x \cos 3x)^2} \end{aligned}$$

La última expresión se puede representar de varias formas, pero en general no se puede simplificar mucho mas utilizando operaciones algebraicas.
