

PROBLEMA RESUELTO 1

Calcule la derivada de la función

$$G(x) = \frac{\operatorname{sen}^2 x - 1}{\cos^2 x + 1}$$

Solución

Utilizando la regla del cociente se tiene

$$\begin{aligned} G'(x) &= D_x \left[\frac{\operatorname{sen}^2 x - 1}{\cos^2 x + 1} \right] \\ &= \frac{(\cos^2 x + 1)D_x(\operatorname{sen}^2 x - 1) - (\operatorname{sen}^2 x - 1)D_x(\cos^2 x + 1)}{(\cos^2 x + 1)^2} \\ &= \frac{(\cos^2 x + 1)(2\operatorname{sen} x \cdot D_x(\operatorname{sen} x) - 0) - (\operatorname{sen}^2 x - 1)(2\cos x \cdot D_x(\cos x) + 0)}{(\cos^2 x + 1)^2} \\ &= \frac{(\cos^2 x + 1)(2\operatorname{sen} x \cdot \cos x) - (\operatorname{sen}^2 x - 1)(2\cos x \cdot (-\operatorname{sen} x))}{(\cos^2 x + 1)^2} \end{aligned}$$

El cálculo de la derivada ya se ha completado y únicamente falta simplificar la respuesta. Como siempre se recomienda ordenar las expresiones antes de iniciar con la simplificación

$$G'(x) = \frac{2(\cos^2 x + 1)(\operatorname{sen} x \cdot \cos x) + 2(\operatorname{sen}^2 x - 1)(\operatorname{sen} x \cdot \cos x)}{(\cos^2 x + 1)^2}$$

Tomando factor común $2\operatorname{sen} x \cos x$

$$\begin{aligned} G'(x) &= \frac{2\operatorname{sen} x \cdot \cos x [\cos^2 x + 1 + \operatorname{sen}^2 x - 1]}{(\cos^2 x + 1)^2} \\ &= \frac{2(\operatorname{sen} x \cos x)(\cos^2 x + \sin^2 x)}{(\cos^2 x + 1)^2} \\ &= \frac{2\operatorname{sen} x \cos x}{(\cos^2 x + 1)^2} \end{aligned}$$
