

## Ejercicios propuestos sobre otras identidades

---

En los ejercicios 1 a 6 utilice las fórmulas de cofunción para expresar la función trigonométrica en términos del ángulo complementario.

1.  $\operatorname{sen}40^\circ$
2.  $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$
3.  $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right)$
4.  $\tan125^\circ$
5.  $\cos\left(\frac{15\pi}{13}\right)$
6.  $\sec\left(\frac{11\pi}{6}\right)$

En los ejercicios 7 a 21 utilice las fórmulas de suma o diferencia de ángulos para encontrar el valor exacto de la expresión dada.

7.  $\operatorname{sen}(45^\circ - 30^\circ)$
8.  $\cos(330^\circ + 45^\circ)$
9.  $\cos15^\circ$
10.  $\operatorname{sen}165^\circ$
11.  $\tan345^\circ$
12.  $\cos195^\circ$
13.  $\operatorname{sen}\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$
14.  $\tan\left(\frac{11\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right)$
15.  $\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{12}\right)$
16.  $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$
17.  $\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)$
18.  $\operatorname{sen}\left(\frac{13\pi}{12}\right)$
19.  $\cos212^\circ\cos122^\circ + \operatorname{sen}212^\circ\operatorname{sen}122^\circ$
20.  $\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{12}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)$
21.  $\frac{\tan(\pi/6) + \tan(\pi/3)}{1 - \tan(\pi/6)\tan(\pi/3)}$

En los ejercicios 22 a 30 escriba la expresión en términos de una sola función trigonométrica

22.  $\operatorname{sen}7x\cos2x - \cos7x\operatorname{sen}2x$
23.  $\operatorname{sen}3x\cos x + \cos3x\operatorname{sen} x$
24.  $\cos3x\cos x + \operatorname{sen}3x\operatorname{sen} x$
25.  $\cos5x\cos4x - \operatorname{sen}5x\operatorname{sen}4x$
26.  $\cos(5x)\cos(-2x) - \operatorname{sen}(5x)\operatorname{sen}(-2x)$
27.  $\operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right)\cos\left(\frac{x}{4}\right) - \cos\left(\frac{x}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{x}{4}\right)$
28.  $\cos\left(\frac{3x}{4}\right)\cos\left(\frac{x}{4}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{3x}{4}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{x}{4}\right)$

$$29. \frac{\tan(3x) + \tan(4x)}{1 - \tan(3x)\tan(4x)}$$

$$30. \frac{\tan 2x + \tan x}{1 - \tan 2x \tan x}$$

En los ejercicios 31 a 35 calcule lo que se indica en cada caso

31. Si  $\tan \alpha = -4/3$ ,  $\alpha$  está en el IV cuadrante y  $\tan \beta = 15/8$ ,  $\beta$  está en el III cuadrante, calcule  $\cos(\alpha - \beta)$ .

32. Si  $\tan \alpha = 24/7$ ,  $\alpha$  está en el I cuadrante y  $\sin \beta = -8/17$ ,  $\beta$  está en el III cuadrante, calcule  $\tan(\alpha + \beta)$ .

33. Si  $\sin \alpha = -4/5$ ,  $\alpha$  está en el III cuadrante y  $\cos \beta = -12/13$ ,  $\beta$  está en el II cuadrante, calcule  $\sin(\alpha + \beta)$ .

34. Si  $\sin \alpha = -7/25$ ,  $\alpha$  está en el IV cuadrante y  $\cos \beta = 8/17$ ,  $\beta$  está en el IV cuadrante, calcule  $\cos(\alpha + \beta)$ .

35. Si  $\tan \alpha = 15/8$ ,  $\alpha$  está en el I cuadrante y  $\tan \beta = -7/24$ ,  $\beta$  está en el IV cuadrante, calcule  $\tan(\alpha - \beta)$ .

En los ejercicios 36 a 46, demuestre la identidad trigonométrica utilizando las fórmulas de suma o diferencia de ángulos.

$$36. \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$37. \sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$38. \tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \theta + 1}{1 - \tan \theta}$$

$$39. \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\cos \theta$$

$$40. \sin 6x \cos 2x - \cos 6x \sin 2x = 2 \sin 2x \cos 2x$$

$$41. \cos(\theta - \beta) - \cos(\theta + \beta) = 2 \sin \theta \sin \beta$$

$$42. \frac{\cos(x - y)}{\sin(x + y)} = \frac{\cot x + \cot y}{1 + \cot x \tan y}$$

$$43. \frac{\cos(x - y)}{\cos x \sin y} = \cot y + \tan x$$

$$44. \sin\left(\frac{\pi}{2} + x - y\right) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$45. \sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$46. \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

En los ejercicios 47 a 50 escriba la expresión trigonométrica en términos de una función trigonométrica de un solo ángulo

47.  $\sin 2\theta \cos 2\theta$

48.  $\cos^2 2\theta - 1$

49.  $\cos^2 3\theta - \sin^2 3\theta$

50.  $\frac{2 \tan 4\theta}{1 - \tan^2 4\theta}$

En los ejercicios 51 a 55 utilice las identidades de ángulo medio para encontrar el valor exacto de la expresión

51.  $\tan 165^\circ$

52.  $\cos 157.5^\circ$

53.  $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$

54.  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

55.  $\tan\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

En los ejercicios 56 a 60 obtenga el valor exacto de  $\sin 2\theta$ ,  $\cos 2\theta$  y  $\tan 2\theta$  en base a la información dada

56.  $\cos \theta = \frac{24}{25}$ ,  $\theta$  está en el IV cuadrante.

57.  $\sin \theta = -\frac{9}{41}$ ,  $\theta$  está en el III cuadrante.

58.  $\tan \theta = \frac{15}{8}$ ,  $\theta$  está en el I cuadrante.

59.  $\cos \theta = -\frac{40}{41}$ ,  $\theta$  está en el II cuadrante.

60.  $\tan \theta = -\frac{40}{9}$ ,  $\theta$  está en el IV cuadrante.

En los ejercicios 61 a 65 obtenga el valor exacto de  $\sin(\theta/2)$ ,  $\cos(\theta/2)$  y  $\tan(\theta/2)$  en base a la información dada.

61.  $\cos \theta = -\frac{8}{17}$ ,  $\theta$  está en el II cuadrante.

62.  $\sin \theta = -\frac{7}{25}$ ,  $\theta$  está en el III cuadrante.

63.  $\tan \theta = \frac{4}{3}$ ,  $\theta$  está en el I cuadrante.

64.  $\cos \theta = -\frac{40}{41}$ ,  $\theta$  está en el II cuadrante.

65.  $\csc \theta = -\frac{17}{15}$ ,  $\theta$  está en el IV cuadrante.

En los ejercicios 66 a 75 demuestre la identidad trigonométrica

$$66. \operatorname{sen}3x\cos3x = \frac{1}{2}\operatorname{sen}6x$$

$$67. \frac{1 + \cos2x}{\operatorname{sen}2x} = \cot x$$

$$68. 1 - \tan^2 x = \frac{\cos2x}{\cos^2 x}$$

$$69. \operatorname{sen}4x = 4\operatorname{sen}x\cos^3 x - 4\cos x\operatorname{sen}^3 x$$

$$70. \cos3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$71. \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sec x + 1}{2\sec x}$$

$$72. \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sec x - 1}{\sec x + 1}$$

$$73. \cot x = \cot\left(\frac{x}{2}\right) - \tan\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$74. \frac{\operatorname{sen}^3 x + \cos^3 x}{\operatorname{sen} x + \cos x} = 1 - \frac{1}{2}\operatorname{sen}2x$$

$$75. \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\operatorname{sen}2x - \operatorname{sen}x}{\cos2x + \cos x}$$