

Ejercicios sobre cálculo de límites

En los ejercicios 1 a 4 utilice las propiedades de los límites para calcular los límites siguientes:

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x - 4}{5x - 1}$

2. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h + 1}{2h^2 - 3h + 6}$

3. $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{\frac{x^2 + 4}{2 - x}}$

4. $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{\frac{x^2 + 9}{x}}$

En los ejercicios 5 a 30 calcule el límite

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 - 2x}{x}$

6. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x - 7}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x - 1}{9x^2 - 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x - 4}$

9. $\lim_{p \rightarrow -3} \frac{p^2 + p - 6}{p^2 + 7p + 12}$

10. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 8x - 16}{2x^2 - 9x + 4}$

11. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(3 + h)^2 - 3(3 + h) - 9}{h}$

12. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}}{x - 3}$

13. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{6 - x} - 3}{x + 3}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 4} - 2}{x}$

15. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 + x + |x + 2| + 6}$

16. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 + 4x - |5x + 2|}$

17. $\lim_{v \rightarrow 4} \frac{4 - v}{|4 - v|}$
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x + 2| - |x - 2|}{x}$
19. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} - 2}$
20. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$
21. $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{2x + 12}{|x + 6|}$
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + cx} - 1}{x}$
23. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 7x^2 - x + 12}{x^4 - 2x^3 - 3x^2 + x - 3}$
24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x}$
25. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3 + \sqrt[3]{x}} - 2}{x - 1}$
26. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$
27. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^{1/3} - 2}{x^{2/3} - 4}$
28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}{x}$
29. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 + 5x - 6}$
30. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 + x - 18}{(4x)^{1/3} - 2}$

En los ejercicios siguientes se da una función de dos o más fórmulas. Dibuje la gráfica de la función y calcule los límites indicados. Si el límite no existe explique por qué razón.

$$31. f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < 3 \\ 10 - x & \text{si } x \geq 3 \end{cases},$$

Calcule: $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

$$32. f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Calcule: $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$,

33. Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ si la función f se define como

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{si } x < 1 \\ 3 - x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

34. Calcule $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ si la función f está dada por

$$f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{si } x < -2 \\ x^2 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ 2x + 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

35. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \\ 2 - x^2 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x - 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

a. Dibuje la representación gráfica de la función

b. Calcule lo que se indica usando la gráfica y en forma algebraica

$$f(1), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$f(2), \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

36. Si $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 3$ y $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = 2$, calcule el valor del límite $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)]$

37. Determine los valores de a tal que el siguiente límite exista:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + ax + a + 3}{x^2 + x - 2}$$