

Ejercicios propuestos

1. En 1990 la población de la ciudad era de 900,000 personas y aumenta a una razón de 2.8% anual. Calcule el año en el cual la población será de 2,000,000.
2. En el año 2,000 la población de cierta ciudad era de 12 millones y para el año 2,010 la población aumentó a 12 millones.
 - a. Construya un modelo exponencial que exprese la población en función del tiempo.
 - b. utilice el modelo para calcular la población en el año 2,020.
3. En una isla desierta se coloca una población de 100 venados. Después de 5 años se hace un censo de la población obteniendo un total de 270 venados. Suponiendo que la población aumenta de acuerdo a la ley de crecimiento natural, estime la población de venados cuando han transcurrido 22 años.
4. Después de una carrera, la razón R a la cual disminuye el pulso de un corredor está dada por la función

$$R(t) = 145e^{-0.092t}, \quad 0 \leq t \leq 15$$

Donde el tiempo está expresado en minutos. Determine el tiempo requerido para que el corredor tenga un pulso de 80 latidos por minuto.

5. Una fábrica de maquila contrata a un empleado para que aprenda a manejar cierta maquinaria para la fabricación de ropa. La curva de aprendizaje para un empleado promedio está dada por la función logística

$$N(t) = \frac{200}{4 + 21e^{-0.1t}}$$

donde N es el número de piezas armadas por día, después de t días de capacitación.

- a. Calcule cuantas piezas arma un empleado promedio el primer día de capacitación.
- b. Calcule el número de piezas armadas a los 10 días de capacitación.
- c. Aproxime al día más cercano, ¿cuál es el número de días que le tomará a un empleado armar 40 piezas?
- d. Utilice un dispositivo graficador para dibujar la gráfica de la función en el intervalo $0 \leq t \leq 100$. Use la gráfica para estimar el número de piezas que arma un empleado promedio que lleva muchos años de servicio en la empresa.

6. La ecuación de la demanda de cierto producto

$$p = \frac{50}{\log(q + 2)}$$

donde p es el precio del producto en quetzales y q es el número de cientos de unidades demandadas del mismo

- a. Calcule el precio del producto si se demandan 500 unidades.
- b. Calcule el número de unidades demandadas si el precio del producto es Q50.

7. Juan invierten Q12,000 en una cuenta de ahorros en La Cooperativa el Esfuerzo que paga el 4.5% de interés con capitalización mensual. Determine el tiempo que debe transcurrir para que la inversión se duplique.
8. La población de China en 1970 era de 750 millones de personas y está creciendo aproximadamente a una tasa del 4% al año. Suponiendo que la tasa de crecimiento se mantiene constante, estime el año en el cual la población de China alcanzará los 2,000 millones de personas.
9. La empresa exportadora de granos El Semillero, ha estimado que con la demanda de maíz que se ha generado en el mundo debido a la producción de biocombustibles; el número de toneladas vendidas puede ser modelado por medio de la ecuación

$$N(t) = 5,000e^{0.4t}$$

donde t es el tiempo transcurrido en meses a partir de enero de éste año. Calcule cuantos meses deben transcurrir para que las ventas de la empresa sean de 15,000 toneladas.

10. El periódico El Informante tiene una circulación de 1 millón de ejemplares, mientras que el periódico El Fotográfico tiene una circulación de 2 millones de ejemplares. Si el primero aumenta su circulación en 2% al mes, mientras que el segundo disminuye su circulación en 1% al mes. Calcule cuánto tiempo deberá transcurrir para que ambos periódicos tengan la misma circulación.
11. Don Amilcar ha comprado un automóvil de último modelo en la agencia de autos Super Autos. Aunque el vendedor no se lo explicó, el averiguó por cuenta propia que su nueva adquisición se deprecia rápidamente y que el valor de su auto puede ser calculado utilizando la ecuación

$$V(t) = 120,000(0.88)^t$$

donde t es el tiempo en años transcurrido desde la compra y V es el valor del automóvil en quetzales.

- a. Determine el costo inicial del automóvil.
- b. Calcule el valor estimado del auto a los 3 años de uso.
- c. ¿A los cuántos el auto tendrá un valor de rescate de Q50,000
12. El gerente de la empresa Princes Burguer que se dedica a la venta de hamburguesas sabe que las ventas del producto disminuyen si se suspende la publicidad en televisión. El modelo que le permite estimar el número de unidades vendidas mensualmente después de finalizada la campaña publicitaria

$$N(t) = 20,000e^{-0.15t}$$

Donde N es el número de unidades vendidas y t es el tiempo en meses que ha transcurrido desde que se finalizó la campaña publicitaria.

- a. Calcule las ventas de la empresa cuando el producto es publicitado.
- b. Calcule las ventas 5 meses después de suspendida la campaña.
- c. Si la empresa tiene planificado reiniciar la campaña publicitaria cuando sus ventas hayan caído al 60%, ¿Cuánto tiempo debe transcurrir desde que se finalizó la campaña publicitaria hasta que se inicia la publicidad nuevamente?

13. La Unión Internacional de Naciones UIN, utiliza el siguiente modelo logístico para estimar la población de nuestro planeta

$$P(t) = \frac{280}{4 + 66e^{-0.0238t}}$$

Donde $t = 0$ corresponde al año 1976 y la población del mundo está en billones de personas.

- a. Estime la población de la tierra para el año 1,976
 - b. Estime la población de la tierra en el año 2,010.
 - c. Calcule el año en el cual la población de la tierra será aproximadamente de 20 billones de personas.
 - d. Utilice una computadora o una calculadora con capacidad de dibujar gráficas para dibujar la gráfica de la función $P(t)$ en el intervalo $0 \leq t \leq 500$
 - e. Utilice la gráfica para calcular cual es la población máxima soportada por el planeta.
14. Según datos de la Dirección General de Estadística, en el mes de enero de 1990 el índice de precios al consumidor en Guatemala era de 270.8, mientras que en enero de 1995 el índice aumentó a 657.8.
- a. Calcule el incremento porcentual promedio por año durante ese período.
 - b. Exprese el índice de precios al consumidor por medio de la fórmula $I(t) = Ce^{kt}$, donde $t = 0$ corresponde al año 1990.
 - c. Suponiendo que el modelo obtenido en el inciso anterior se mantiene, calcule el índice de precios al consumidor para el 2000.
 - d. ¿En qué año el índice de precios al consumidor tendrá un valor de 2,000?
15. Un cultivo de bacterias tiene un tamaño inicial de 40,000 bacterias. Si transcurridas 40 horas la población ha aumentado a 60,000 bacterias. ¿Cuándo habrá 80,000 bacterias en el cultivo?
16. En número de bacterias de un cultivo está dado por la fórmula $N(t) = 500e^{0.45t}$, donde t está dado en horas.
- a. ¿Cuál es la tasa de crecimiento relativo de ésta población?, exprésela en porcentaje.
 - b. ¿Cuántas bacterias hay después de 3 horas?
 - c. ¿Después de cuántas horas será de 10,000 el número de bacterias?.
17. El conteo en un cultivo de bacterias fue de 400 después de 2 horas y de 25,600 después de 6 horas.
- a. ¿Cuál fue el tamaño inicial del cultivo?
 - b. Determine una fórmula para en número de bacterias después de t horas.
 - c. Determine el número de bacterias después de 4.5 horas.
 - d. ¿Cuándo llegará a 50,000 el número de bacterias?
18. Una sustancia radioactiva tiene una vida media de 920 años. Si hay 15 gramos de dicha sustancia presentes inicialmente, ¿cuánto quedará al cabo de 300 años?

19. La vida media del radio 226 es de 1590 años. Suponga que se tiene una muestra de 22 miligramos.
- Obtenga una fórmula para la masa que queda después de t años.
 - ¿Cuánto quedará de la muestra después de 4,000 años?
 - ¿Después de cuánto tiempo quedará solamente 18 mg?
20. El “Estroncio 90” se desintegra a una razón proporcional a la cantidad presente en cualquier momento, y tiene una vida media de 4 Hrs. Con estos datos:
- Determine el modelo que describe la desintegración.
 - ¿Cuánto tiempo debe de transcurrir para que se “desintegre” en 75% de su masa inicial?
 - ¿Cuánto de “Estroncio 90” hay después de 6 Hrs?
21. Un artefacto de madera de una tumba antigua contiene 65% del carbono14 que está presente en los árboles vivos. Si la vida media del carbono14 es de 5,730 años, calcule hace cuántos años se fabricó el artefacto.
22. Se saca un trozo de carne congelada de un refrigerador, donde la temperatura es de 0°C y se coloca sobre una mesa en la cocina, donde la temperatura es de 14°C . Si después de 30 minutos el trozo de carne ha alcanzado una temperatura de 5°C . Calcule el tiempo requerido para que alcance una temperatura de 15°C .
23. Un pavo asado se saca del horno cuando su temperatura es de 185 grados y se coloca sobre la mesa en una habitación donde la temperatura es de 20 grados. Si la temperatura del pavo es de 100 grados después de 45 minutos
- Calcule la temperatura del pavo después de 2 horas.
 - En cuanto tiempo se habrá enfriado el pavo a 50 grados.
24. El aumento de la altura de cierta especie de árboles en pies, se describe a menudo mediante una ecuación logística. Suponga que la altura h de t años de edad es

$$h = \frac{120}{1 + 200e^{-0.2t}}$$

- Calcule la altura de un árbol a los 10 años.
 - ¿A qué edad un árbol medirá 50 pies?
25. El cuerpo humano elimina una medicina a través de la orina. Suponga que para una dosis de 10 miligramos la cantidad que queda en el cuerpo es $A(t) = 10(0.8)^t$ y para que sea efectiva deben haber al menos 2 mg. en el cuerpo.
- ¿En cuánto tiempo quedarán 2 mg?
 - Calcule la vida media del medicamento.
26. La población de cierta ciudad obedece la ley de crecimiento exponencial. Después de 50 años, la población se ha triplicado. ¿A los cuántos años la población era el doble de la población inicial?
27. ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que una inversión triplique su valor si la tasa de interés anual es del 6% capitalizado trimestralmente?
28. Suponga que cierta sustancia radioactiva se desintegra a tal ritmo que, al final de cualquier día sólo queda la tercera parte de la cantidad presente al comienzo del día.
- Si inicialmente hay 300 gramos de la sustancia, exprese la cantidad que queda de la sustancia en términos de t , t en días.

- b.** ¿Qué cantidad de la sustancia queda al final de una semana?
- 29.** La cantidad de Carbono 14 en un organismo se descompone de acuerdo a la ley de decaimiento natural El Carbono 14 tiene una vida media de 5,600 años. Si cuando un fósil es descubierto se encuentra que contiene el 15% del Carbono 14 original. ¿Cuál es la edad aproximada del fósil?
- 30.** En un trozo de madera muy antigua se encontró que el 85.5% del Carbono 14 presente originalmente se había desintegrado. Si la vida media del Carbono 14 es de aproximadamente 5,600 años.
- a.** Construya un modelo exponencial que exprese la cantidad de carbono 14 presente en el trozo de madera en función del tiempo.
- b.** Determine la edad aproximada del trozo de madera.
- 31.** Un Isotopo de sodio tiene una vida media de 15 horas. Si tenemos una muestra de 2 gramos de este isotopo:
- a.** Encuentre la cantidad de sodio que queda después de 60 horas.
- b.** Encuentra la cantidad de sodio que queda después de t horas.
- c.** Estime el tiempo requerido para que queden tan solo 0.01 gramos.
- 32.** Un pavo es sacado del horno y llevado a afuera donde la temperatura del ambiente es de 16°C . Después de 1 minuto la temperatura del pavo es de 50°C y después de 5 minutos de 33.75°C . Determine la temperatura del horno.